

برعاية معالي وزير التربية والتعليم
الأستاذ الدكتور/ رضا حجازي

وتوجيهات رئيس الادراة المركزية لتطوير المناهج

د/ أكرم حسن

شرح مبسط وتمارين متنوعة لمنهج الرياضيات

للصف الأول الثانوي

للعام الدراسي 2024/2023

لجنة الإعداد

أ/ عصام ابوسالم   أ/ علاء جمعة   أ/ عمرو فاروق

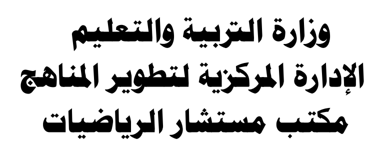
لجنة المراجعة

أ/ عثمان مصطفى   أ/ شريف البرهامى   أ/ عفاف جاد

إشراف علمي

مستشار الرياضيات
أ/ منال عزقول





وزارة التربية والتعليم
الإدارة المركزية لتطوير المناهج
مكتب مستشار الرياضيات

رياضيات – الصف الأول الثانوي

الوحدة الأولى (المصفوفات)

الفصل الدراسي الثاني

المحتويات



الدرس الاول (١ – ١)

(تنظيم البيانات في مصفوفات)

ملخص الدرس :

المصفوفة هي ترتيب لعدد من العناصر في صفوف أفقية و أعمدة رأسية بين قوسين بحيث يكون لموقع العنصر في المصفوفة معنى .

في المصفوفة $أ = \begin{pmatrix} -١ & ٤ & ٦ \\ ٢ & ٥ & ٠ \\ ٣ & ٧ & -٢ \end{pmatrix}$ العنصر ٤ يقع في الصف الأول العمود الثاني و يرمز له $أ_{٢١}$

المصفوفة المكونة من م صفاً ، ن عموداً تكون على النظم م × ن أو من الرتبة م × ن أو من النوع م × ن حيث م ، ن أعداد صحيحة موجبة (و تقرا م × ن)

عدد عناصر المصفوفة = عدد الصفوف × عدد الأعمدة

بعض المصفوفات الخاصة :

(١) مصفوفة المربعة : هي المصفوفة التي عدد الصفوف فيها يساوي عدد الاعمدة مثلا :

المصفوفة : $أ = \begin{pmatrix} ٢ & ٣ \\ ٥ & ١ \end{pmatrix}$ مصفوفة مربعة على النظم ٢ × ٢

(٢) مصفوفة الصف : هي المصفوفة التي تحتوي على صف واحد فقط و أي عدد من الأعمدة مثلا :

المصفوفة : $ب = \begin{pmatrix} ٢ & ٧ & ١ \end{pmatrix}$ مصفوفة صف على النظم ١ × ٣

(٣) مصفوفة العمود : هي المصفوفة التي تحتوي على عمود واحد فقط و أي عدد من الصفوف مثلا :

المصفوفة : $ج = \begin{pmatrix} ٤ \\ -١ \\ ٣ \end{pmatrix}$ مصفوفة عمود على النظم ٣ × ١

(٤) المصفوفة الصفرية : هي المصفوفة التي تكون جميع عناصرها أصفارا مثل المصفوفات

$\begin{pmatrix} ٠ & ٠ \\ ٠ & ٠ \end{pmatrix}$ مصفوفة صفرية على النظم ٢ × ٢

$\begin{pmatrix} ٠ & ٠ & ٠ \end{pmatrix}$ مصفوفة صفرية على النظم ١ × ٣

$\begin{pmatrix} ٠ & ٠ & ٠ \\ ٠ & ٠ & ٠ \\ ٠ & ٠ & ٠ \end{pmatrix}$ مصفوفة صفرية على النظم ٣ × ٣

و يرمز للمصفوفة الصفرية بالرمز : ☐



(٥) المصفوفة القطرية : هي مصفوفة مربعة جميع عناصرها أصفار ما عدا عناصر القطر الرئيسي أحدها على الأقل لايساوي صفر مثلا :

المصفوفة : $ا = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 2 \\ 0 & 4 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ مصفوفة قطرية على النظم ٣ × ٣

(٦) مصفوفة الوحدة : هي مصفوفة قطرية فيها جميع عناصر القطر الرئيسي مساويا الواحد مثل المصفوفات :

$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ مصفوفة وحدة على النظم ٢ × ٢

$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ مصفوفة وحدة على النظم ٣ × ٣

و يرمز لمصفوفة الوحدة بالرمز : **I**

تساوي مصفوفتين :

تتساوي المصفوفتان ا ، ب اذا و فقط اذا تحقق الشرطان الآتيان معاً :

(١) المصفوفتان على نفس النظم (٢) كل عنصر في المصفوفة ا مساويا لنظيره في المصفوفة ب

أي أن : $ا_{ص ع} = ب_{ص ع}$ لكل ص و لكل ع

ضرب عدد حقيقي في مصفوفة :

يعني ضرب كل عنصر من عناصر المصفوفة في ذلك العدد الحقيقي مثلا :

اذا كان : $ا = \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$

فان : $3ا = \begin{pmatrix} 12 & 6 \\ -3 & 9 \end{pmatrix}$

مدور المصفوفة :

في أي مصفوفة على النظم م × ن اذا استبدلنا الصفوف بالأعمدة و الأعمدة بالصفوف بنفس الترتيب فاننا نحصل على مصفوفة من النظم ن × م و تسمى مدور المصفوفة ا و يرمز لها بالرمز $ا^{مد}$

مثلا : $ا = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 3 \\ 1 & 5 & 4 \end{pmatrix}$ على النظم ٢ × ٣

فان : $ا^{مد} = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 5 & 2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ على النظم ٣ × ٢

المصفوفات المتماثلة :

اذا كانت ٲ مصفوفة مربعة فانها تسمى متماثلة اذا و فقط اذا كانت ٲ = ٲ^{مد}

مثل : المصفوفة ٲ = $\begin{pmatrix} -١ & ٥ & ١ \\ ٧ & ٢ & ٥ \\ ٣ & ٧ & -١ \end{pmatrix}$ متماثلة لأن : ٲ = ٲ^{مد} **لاحظ** : تماثل عناصرها حول القطر الرئيسي

المصفوفات شبه المتماثلة :

اذا كانت ٲ مصفوفة مربعة فانها تسمى شبه متماثلة اذا و فقط اذا كانت ٲ = − ٲ^{مد}

مثل : المصفوفة ٲ = $\begin{pmatrix} ١ & -٢ & ٠ \\ -٣ & ٠ & ٢ \\ ٠ & ٣ & -١ \end{pmatrix}$ شبه متماثلة لأن : ٲ = − ٲ^{مد}

لاحظ : عناصر القطر الرئيسي في المصفوفة شبه المتماثله تكون مساوية الصفر

عناصرها تحقق العلاقة : ٲ$_{ص ع}$ = − ٲ$_{ع ص}$

مثال محلول (١) اذا كانت المصفوفة ٲ = $\begin{pmatrix} ٧ & ٢ \\ ١ & -٣ \\ ٤ & ٥ \end{pmatrix}$

(١) اذكر نظم المصفوفة ٲ (٢) أكتب العناصر التالية : ٲ$_{٢١}$ ، ٲ$_{٢٢}$ ، ٲ$_{١٣}$

الحــــــــــــــــــــــــــل

(١) المصفوفة ٲ على النظم ٣ × ٢

(٢) ٲ$_{٢١}$ (الصف الذي يقع فيه الصف الأول و العمود الذي يقع فيه العمود الثاني) = ٧

ٲ$_{٢٢}$ (الصف الذي يقع فيه الصف الثاني و العمود الذي يقع فيه العمود الثاني) = ١

ٲ$_{١٣}$ (الصف الذي يقع فيه الصف الثالث و العمود الذي يقع فيه العمود الاول) = ٥

(٢) اذا كانت المصفوفة ب = $\begin{pmatrix} ٥ & -١ & ١ \\ ٠ & ٦ & ٢ \\ ١ & ٧ & ٤ \end{pmatrix}$ فان : ب$_{٣١}$ − ب$_{١٣}$ = ...

(أ) ١ (ب) −١ (ج) ٩ (د) −٩

الحــــــــــــــــــــــــــل

ب$_{٣١}$ = ٥ ، ب$_{١٣}$ = ٤ ب$_{٣١}$ − ب$_{١٣}$ = ٥ − ٤ = ١



تدريب (١): اختر الاجابة الصحيحة من بين الاجابات المعطاة :

(١) اذا كانت المصفوفة $أ = \begin{pmatrix} ٢ & ٠ & ٣ \\ ٥ & -١ & ١ \end{pmatrix}$ فان : $أ_{١١} + أ_{٢٢} =$ ....

(أ) ١ (ب) ٢ (ج) ٤ (د) ٥

مثال محلول (٢) أكتب نوع كل مصفوفة فيما يلي و نظمها

(١) $\begin{pmatrix} -٢ & ٥ \\ ٣ & ٠ \end{pmatrix}$ (٢) $\begin{pmatrix} ١ & ٠ & ٢ \end{pmatrix}$ (٣) $\begin{pmatrix} ٢ \\ ٣ \\ ٤ \end{pmatrix}$

(٤) $\begin{pmatrix} ٠ & ٠ \\ ٠ & ٠ \end{pmatrix}$ (٥) $\begin{pmatrix} ٠ & ٦ \\ ١٠ & ٠ \end{pmatrix}$ (٦) $\begin{pmatrix} ٠ & ١ \\ ١ & ٠ \end{pmatrix}$

الحـــــــــــــل

(١) مصفوفة مربعة على النظم ٢ × ٢
(٢) مصفوفة الصف على النظم ١ × ٣
(٣) مصفوفة العمود على النظم ٣ × ١
(٤) مصفوفة صفرية على النظم ٢ × ٢
(٥) مصفوفة قطرية على النظم ٢ × ٢
(٦) مصفوفة الوحدة على النظم ٢ × ٢

تدريب (٢): اختر الاجابة الصحيحة من بين الاجابات المعطاة :

اذا كانت أ مصفوفة قطرية حيث $أ = \begin{pmatrix} ٢س - ٨ & ٣ \\ ٤ & ص + ٣ \end{pmatrix}$ فان : س + ص = ...

(أ) −٧ (ب) −١ (ج) ١ (د) ٧

مثال محلول (٣) إذا كان : أ مصفوفة = ($أ_{صع}$) على النظم ٢ × ٢ حيث : $أ_{صع} = ص - ع^{٢}$

فان : أ = ...

(أ) $\begin{pmatrix} ٠ & -٣ \\ ١ & -٢ \end{pmatrix}$ (ب) $\begin{pmatrix} -٣ & ٠ \\ -٢ & ١ \end{pmatrix}$ (ج) $\begin{pmatrix} -٢ & ١ \\ -٣ & ٠ \end{pmatrix}$ (د) $\begin{pmatrix} ٠ & -٣ \\ ١ & -٢ \end{pmatrix}$

الحـــــــــــــل

$أ_{١١} = ١ - (١)^{٢} = ٠$ ، $أ_{٢١} = ١ - (٢)^{٢} = -٣$

$أ_{١٢} = ٢ - (١)^{٢} = ١$ ، $أ_{٢٢} = ٢ - (٢)^{٢} = -٢$

$\therefore أ = \begin{pmatrix} -٣ & ٠ \\ -٢ & ١ \end{pmatrix}$



تدريب (٣): اختر الاجابة الصحيحة من بين الاجابات المعطاة :

إذا كان : ا مصفوفة = ($ا_{ص ع}$) على النظم ٣ × ٣ حيث : ($ا_{ص ع}$) = ٢ص + ع فان : $ا_{٣٢}$ =

(أ) ٥ (ب) ٦ (ج) ٨ (د) ١٢

مثال محلول (٤) اذا كانت المصفوفة ا = $\begin{pmatrix} ١ & ٠ \\ ٠ & ك - ٤ \end{pmatrix}$ مصفوفة وحدة فان : ك = ...

(أ) ١ (ب) ٠ (ج) ٥ (د) ٤

الحـــــــــــــــــــل

∵ المصفوفة مصفوفة وحدة ∴ جميع عناصر القطر الرئيسي تساوي الواحد

∴ ك − ٤ = ١ ⟸ ك = ٥

تدريب (٤): اختر الاجابة الصحيحة من بين الاجابات المعطاة :

المصفوفة $\begin{pmatrix} ١ & ٠ \\ ٠ & ٠ \end{pmatrix}$ تسمى مصفوفة

(أ) صفرية (ب) قطرية (ج) وحدة (د) صف

مثال محلول (٥)

اذا كان : $\begin{pmatrix} س & ص + ١ \\ ع - ٢ & ٣ \end{pmatrix}$ = $\begin{pmatrix} ٢ & ٤ \\ ٥ & ٣ \end{pmatrix}$ فان : س + ص + ع = ...

(أ) ١٠ (ب) ١٢ (ج) ١٤ (د) ١٦

الحـــــــــــــــــــل

∵ المصفوفتان متساويتان

∴ س = ٢ ، ص + ١ = ٤ ⟸ ص = ٣ ، ع − ٢ = ٥ ⟸ ع = ٧

∴ س + ص + ع = ٢ + ٣ + ٧ = ١٢

تدريب (٥): اختر الاجابة الصحيحة من بين الاجابات المعطاة :

اذا كان : $\begin{pmatrix} ٩ & ٢ص - ١ \\ ٦ & ٥ \end{pmatrix}$ = $\begin{pmatrix} س & ٧ \\ ٦ & ٥ \end{pmatrix}$ فان : $\sqrt{س + ٤ ص}$ = ...

(أ) ٣ (ب) ٤ (ج) ٥ (د) ٧



مثال محلول (٦)

اذا كان : $\begin{pmatrix} ٢ & ٦ \\ \text{س} + ١ & ١٣ \end{pmatrix}^{\text{مد}} = \begin{pmatrix} ٢ & ٤ \\ ٦ & ٢\text{ص} + \text{س} \end{pmatrix}$ فان : ص = ...

(أ) ٣ (ب) ٤ (ج) ٥ (د) ٦

الحـــــــــــــــــــــل

$\because \begin{pmatrix} ٢ & ٦ \\ \text{س} + ١ & ١٣ \end{pmatrix}^{\text{مد}} = \begin{pmatrix} ٢ & \text{س} + ١ \\ ٦ & ١٣ \end{pmatrix}$ $\because$ المصفوفتان متساويتان

$\therefore$ س + ١ = ٤ $\Leftarrow$ س = ٣ ، ٢ ص + س = ١٣ $\Leftarrow$ ٢ ص + ٣ = ١٣

$\therefore$ ٢ ص = ١٠ $\Leftarrow$ ص = ٥

تدريب (٦): اختر الاجابة الصحيحة من بين الاجابات المعطاة :

اذا كان ع = $\begin{pmatrix} ٥ & -١ \\ -١ & ٣ \end{pmatrix}$ فان : ع$^{\text{مد}}$ = ...

(أ) ع (ب) − ع (ج) ع (د) − ع$^{\text{مد}}$

مثال محلول (٧)

اذا كان أ = $\begin{pmatrix} ٢ & \text{س} + ٣ & ٤ \\ ١ & ٢ & ٧ \\ ٢\text{ع} & \text{ص} + ١ & ٠ \end{pmatrix}$ مصفوفة متماثلة فان : س + ص + ع = ...

(أ) ٦ (ب) ٨ (ج) ١٠ (د) ١٤

الحـــــــــــــــــــــل

$\because$ أ مصفوفة متماثلة $\therefore$ س + ٣ = ١ $\Leftarrow$ س = − ٢

٢ ع = ٤ $\Leftarrow$ ع = ٢ ، ص + ١ = ٧ $\Leftarrow$ ص = ٦

$\therefore$ س + ص + ع = − ٢ + ٦ + ٢ = ٦

تدريب (٧): اختر الاجابة الصحيحة من بين الاجابات المعطاة :

اذا كان ب = $\begin{pmatrix} ١ & ٢\text{س} - ٤ \\ -٢ & ٣ \end{pmatrix}$ مصفوفة متماثلة فان : س = ...

(أ) −٢ (ب) ١ (ج) ٢ (د) ٣



مثال محلول (٨)

اذا كان أ = $\begin{pmatrix} س + ٣ & ٢ \\ ص & ع - ١ \end{pmatrix}$ مصفوفة شبه متماثلة فان : س × ص × ع = ...

(أ) ٣ (ب) ٤ (ج) ٥ (د) ٦

الحـــــــــــــــل

∵ أ مصفوفة شبه متماثلة ∴ ص = − ٢

س + ٣ = ٠ ⟸ س = − ٣ ، ع − ١ = ٠ ⟸ ع = ١

∴ س × ص × ع = − ٣ × − ٢ × ١ = ٦

تدريب (٨): اختر الاجابة الصحيحة من بين الاجابات المعطاة :

اذا كان ج = $\begin{pmatrix} ٢ك - ١ & ٧ \\ \cdot & \cdot \end{pmatrix}$ مصفوفة شبه متماثلة فان : ك = ...

(أ) ٤ (ب) −٤ (ج) ٣ (د) −٣

حل التدريبات

حل تدريب (١) : ٢

حل تدريب (٢) : ١

حل تدريب (٣) : ٨

حل تدريب (٤) : قطرية

حل تدريب (٥) : ٥

حل تدريب (٦) : ع

حل تدريب (٧) : ١

حل تدريب (٨) : −٣



تمارين على الدرس الأول

اختر الاجابة الصحيحة من بين الاجابات المعطاة :

(١) إذا كانت ٩ = $\begin{pmatrix} \text{س}^{٢} & ٥ & ٢\text{س} \\ ٣ & ٤ & ١ \end{pmatrix}$ وكان : ٩$_{٣١}$ + ٩$_{١١}$ = ٩$_{٣٢}$ فان : س ∋ ......

(أ) { −١ ، ٣ } (ب) { −٣ ، ١ } (ج) { ٣ ، ١ } (د) { −٣ ، −١ }

(٢) إذا كانت ب = $\begin{pmatrix} ٥ & ٣ & \text{قا}\,\theta \\ \text{جتا}\,\theta & ١ & \text{ظا}\,\theta \end{pmatrix}$ فان : ب$_{١١}$ × ب$_{٣٢}$ = ...

(أ) قتا θ (ب) ظتا θ (ج) ب$_{٢٢}$ (د) ب$_{٣١}$

(٣) إذا كان : ٩ مصفوفة = (٩$_{\text{صع}}$) على النظم ٢ × ٢ حيث ٩$_{\text{صع}}$ = ص + ص ع − ع^{٢} فان : ٩ = ...

(أ) $\begin{pmatrix} ١ & -١ \\ ٠ & ٣ \end{pmatrix}$ (ب) $\begin{pmatrix} -١ & ١ \\ ٣ & ٠ \end{pmatrix}$ (ج) $\begin{pmatrix} ٠ & ١ \\ -١ & ٣ \end{pmatrix}$ (د) $\begin{pmatrix} -١ & ١ \\ ٢ & ٣ \end{pmatrix}$

(٤) اذا كان : $\begin{pmatrix} ٠ & \text{س} - ٢ \\ \text{ص} + ٣ & ٠ \end{pmatrix}$ = I حيث I مصفوفة الوحدة : فان س + ص = ...

(أ) −١ (ب) ١ (ج) −٢ (د) ٢

(٥) اذا كان ٩ = $\begin{pmatrix} ٨ & \text{س}^{٢} & ٥ \\ ٧ & ١ & -٤ \\ ٤ & ٧ & \text{س} + ٢\text{ص} \end{pmatrix}$ مصفوفة متماثلة فان : ص = ...

(أ) −٥ (ب) −٢ (ج) ٢ (د) ٥



(٦) اذا كان م مصفوفة على النظم ٢ × ٣ فان ٢م على النظم ....

(أ) ٤ × ٦ (ب) ٢ × ٣ (ج) ٤ × ٣ (د) ٢ × ٦

(٧) اذا كان م = $\begin{pmatrix} ١ & جا\theta \\ جتا\theta & ٢ \end{pmatrix}$ مصفوفة متماثلة فان : θ = ... حيث θ جيث زاوية حادة

(أ) °٣٠ (ب) °٤٥ (ج) °٦٠ (د) °٩٠

(٨) حدد أي المصفوفات التالية تعتبر مصفوفة عمود ؟

(أ) $\begin{pmatrix} ٥ & ٥ \\ ٣ & ١ \end{pmatrix}$ (ب) $\begin{pmatrix} ٥ & ٥ & ١ \end{pmatrix}$ (ج) $\begin{pmatrix} ١ & ٠ \\ ٠ & ١ \end{pmatrix}$ (د) $\begin{pmatrix} ٥ \\ ٥ \\ ١ \end{pmatrix}$

(٩) اذا كان م = $\begin{pmatrix} ٠ & س^٣ \\ ٨ & ٠ \end{pmatrix}$ مصفوفة شبه متماثلة فان : س = ...

(أ) ‎-٢ (ب) ٢ (ج) ‎-٨ (د) ٨

(١٠) اذا كان : ب = $\begin{pmatrix} -٤ & ٥ \\ ١ & -٩ \end{pmatrix}$ فان : $\sqrt{ب_{٢٢}}$ = ...

(أ) ٣ (ب) ‎-٣ (ج) ٣ت (د) ‎-٣ت

حل تمارين على الدرس الأول

السؤال	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠
الاجابة	ب	ج	د	ب	د	ب	ب	د	أ	ج



الدرس الثاني (٢ – ١)

(جمع و طرح المصفوفات)

ملخص الدرس :

اذا كان ٲ ، ب مصفوفتين لهما نفس النظم م × ن فان عملية الجمع ٲ + ب تكون ممكنة و على نفس النظم م × ن و يكون كل عنصر فيها هو مجموع العنصرين المتناظرين في ٲ ، ب

خواص عملية الجمع :

بفرض أن ٲ ، ب ، ج ثلاث مصوفات من النظم م × ن و أن ▭ مصفوفة صفرية على نفس النظم م × ن

فان الخواص التالية تتحقق :

(١) خاصية الانغلاق : ٲ + ب تكون على نفس النظم م × ن

(٢) خاصية الابدال : ٲ + ب = ب + ٲ

(٣) خاصية الدمج : (ٲ + ب) + ج = ٲ + (ب + ج)

(٤) خاصية وجود المحايد الجمعي : المصفوفة الصفرية ▭ هي المحايد الجمعي

بمعنى : ٲ + ▭ = ▭ + ٲ = ٲ

(٥) خاصية المعكوس الجمعي : ٲ + (- ٲ) = (- ٲ) + ٲ = ▭

حيث (– ٲ) هو المعكوس الجمعي للمصفوفة ٲ

طرح المصفوفات :

اذا كان ٲ ، ب مصفوفتين لهما نفس النظم م × ن فان :

ناتج الطرح (ٲ – ب) هو المصفوفة ج على النظم م × ن و تعرف كالتالي : ج = ٲ – ب = ٲ +(– ب)

ملاحظات هامة :

- $(ٲ + ب)^{مد} = ٲ^{مد} + ب^{مد}$
- $(ٲ^{مد})^{مد} = ٲ$

مثال محلول (١)

اذا كان : $أ = \begin{pmatrix} ٤ & -٢ & ١ \\ ٥ & ٣ & ٢ \end{pmatrix}$ ، $ب = \begin{pmatrix} -١ & ١ & ٣ \\ ٢ & ٤ & ٠ \end{pmatrix}$

أثبت أن : $(أ + ب)^{مد} = أ^{مد} + ب^{مد}$

الحـــــــــــــــــــــل

$\because أ + ب = \begin{pmatrix} ٣ & -١ & ٤ \\ ٧ & ٧ & ٢ \end{pmatrix}$ $\therefore (أ + ب)^{مد} = \begin{pmatrix} ٢ & ٤ \\ ٧ & -١ \\ ٧ & ٣ \end{pmatrix}$ $\Leftarrow$ (١)

$\because أ^{مد} = \begin{pmatrix} ٢ & ١ \\ ٣ & -٢ \\ ٥ & ٤ \end{pmatrix}$ ، $ب^{مد} = \begin{pmatrix} ٠ & ٣ \\ ٤ & ١ \\ ٢ & -١ \end{pmatrix}$ $\therefore أ^{مد} + ب^{مد} = \begin{pmatrix} ٢ & ٤ \\ ٧ & -١ \\ ٧ & ٣ \end{pmatrix}$ $\Leftarrow$ (٢)

من (١) ، (٢) ينتج أن : $(أ + ب)^{مد} = أ^{مد} + ب^{مد}$

تدريب (١): اختر الاجابة الصحيحة من بين الاجابات المعطاة :

اذا كان $أ = \begin{pmatrix} -١ & ٤ \\ ٢ & ١ \end{pmatrix}$ ، $ب = \begin{pmatrix} ٠ & ٣ \\ ١ & ٥ \end{pmatrix}$ فان : $(أ + ب)^{مد} =$ ....

(أ) $\begin{pmatrix} -١ & ٧ \\ ٣ & ٦ \end{pmatrix}$ (ب) $\begin{pmatrix} ٦ & ٧ \\ ٣ & -١ \end{pmatrix}$ (ج) $\begin{pmatrix} ٣ & ٦ \\ -١ & ٧ \end{pmatrix}$ (د) $\begin{pmatrix} ٧ & ٦ \\ -١ & ٣ \end{pmatrix}$

مثال محلول (٢)

اذا كانت : $أ = \begin{pmatrix} ٣ & ٢ \\ -١ & ١ \end{pmatrix}$ ، $ب = \begin{pmatrix} ٥ & ٠ \\ ١ & -٢ \end{pmatrix}$ ، $ج = \begin{pmatrix} -١ & ١ \\ ٦ & ٣ \end{pmatrix}$

أوجد المصفوفة س حيث :

$$س = ٣أ + ٢ب^{مد} + ج$$

الحـــــــــــــــــــــل

$س = ٣ \begin{pmatrix} ٣ & ٢ \\ -١ & ١ \end{pmatrix} + ٢ \begin{pmatrix} ٥ & ٠ \\ ١ & -٢ \end{pmatrix}^{مد} + \begin{pmatrix} -١ & ١ \\ ٦ & ٣ \end{pmatrix}$

$\therefore س = \begin{pmatrix} ٩ & ٦ \\ -٣ & ٣ \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -٤ & ٠ \\ ٢ & ١٠ \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -١ & ١ \\ ٦ & ٣ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ٤ & ٧ \\ ٥ & ١٦ \end{pmatrix}$

تدريب (٢): اختر الاجابة الصحيحة من بين الاجابات المعطاة :

اذا كان : $أ = \begin{pmatrix} ٢ & ٤ \\ ٣ & ٠ \end{pmatrix}$ ، $ب = \begin{pmatrix} -٣ & ١ \\ ٥ & ٢ \end{pmatrix}$

وكانت : س = أ + ب^{مد} فان : س = ...

(أ) $\begin{pmatrix} ٢ & ٥ \\ ٨ & -١ \end{pmatrix}$ (ب) $\begin{pmatrix} -١ & ٥ \\ ٨ & ٢ \end{pmatrix}$ (ج) $\begin{pmatrix} -٣ & ٥ \\ ٨ & ٤ \end{pmatrix}$ (د) $\begin{pmatrix} ٤ & ٥ \\ ٨ & -٣ \end{pmatrix}$

مثال محلول (٣)

اذا كان : $أ = \begin{pmatrix} -١ & ٠ & ٣ \\ ٢ & ٧ & ١ \end{pmatrix}$ ب = $\begin{pmatrix} ٢ & ١ \\ -١ & ٥ \\ ٦ & ٣ \end{pmatrix}$

أوجد المصفوفة ج حيث : ج = أ + ب^{مد}

الحـــــــــــــــل

$ج = \begin{pmatrix} -١ & ٠ & ٣ \\ ٢ & ٧ & ١ \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} ٣ & ٥ & ١ \\ ٦ & -١ & ٢ \end{pmatrix}$

$= \begin{pmatrix} -٤ & -٥ & ٢ \\ -٤ & ٨ & -١ \end{pmatrix}$

تدريب (٣): اختر الاجابة الصحيحة من بين الاجابات المعطاة :

اذا كان : $\begin{pmatrix} ٤ & ٢ \\ ٥ & -٣ \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -٣ & ١ \\ ٦ & ٢ \end{pmatrix}^{مد} = \begin{pmatrix} -ص & ٣ك \\ ١١ & ٢س \end{pmatrix}$ فان : س + ص + ك =....

(أ) -٨ (ب) -٦ (ج) -٣ (د) ١

حل التدريبات

حل تدريب (١) : ب

حل تدريب (٢) : د

حل تدريب (٣) : أ



تمارين على الدرس الثاني

اختر الاجابة الصحيحة من بين الاجابات المعطاة :

(١) $\begin{pmatrix} -٢ & -٣ \\ ١ & ٣ \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} ٢ & ٤ \\ ٠ & -٣ \end{pmatrix} =$ ....

(أ) $\square$ (ب) I (ج) $\begin{pmatrix} ١ & -١ \\ ١ & ٦ \end{pmatrix}$ (د) $\begin{pmatrix} ٠ & ١ \\ ١ & ٦ \end{pmatrix}$

(٢) اذا كان : $\begin{pmatrix} ٠ & ٣ \\ ٤ & -٢ \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} ٠ & -٢ \\ ص & س \end{pmatrix} = I$ حيث I مصفوفة الوحدة فان : $س^{ص} =$ ....

(أ) -٨ (ب) ٨ (ج) $\frac{١}{٨}$ (د) $\frac{-١}{٨}$

(٣) اذا كان : $\begin{pmatrix} ٣ & ٢ \\ ٦ & -١ \end{pmatrix} + ب^{مد} = \begin{pmatrix} -١ & ٣ \\ ٥ & ٢ \end{pmatrix}$ فان : ب = ...

(أ) $\begin{pmatrix} -٤ & ١ \\ -١ & ٣ \end{pmatrix}$ (ب) $\begin{pmatrix} ٣ & ١ \\ -١ & -٤ \end{pmatrix}$ (ج) $\begin{pmatrix} -٤ & -١ \\ ١ & ٣ \end{pmatrix}$ (د) $\begin{pmatrix} ٣ & -١ \\ ١ & ٤ \end{pmatrix}$

(٤) اذا كان : $٩ = \begin{pmatrix} ١ & ٢ \\ -٥ & ٥ \end{pmatrix}$ ، $ب = \begin{pmatrix} ٢ & -٢ \\ -٥ & ١ \end{pmatrix}$ فان : $٢(٩ + ب)^{مد} =$ ....

(أ) $\begin{pmatrix} ١٢ & ٠ \\ ٢٠ & ٦ \end{pmatrix}$ (ب) $\begin{pmatrix} -٦ & ٠ \\ -٢٠ & ١٢ \end{pmatrix}$ (ج) $\begin{pmatrix} ١٢ & ٠ \\ -٢٠ & ٦ \end{pmatrix}$ (د) $\begin{pmatrix} ١٢ & ٠ \\ ٠ & ٦ \end{pmatrix}$

(٥) اذا كان : $ص = \begin{pmatrix} ٧ & ٧ \\ -١ & -٢ \end{pmatrix}$ وكان : $٩ = ص - ص^{مد}$ فان : $٩_{٢١} - ٩_{١٢} =$ ....

(أ) -٩ (ب) صفر   (ج) ٩ (د) ١٨

(٦) اذا كان: $(أ + ب^{مد})^{مد} = \begin{pmatrix} ٢ & ١ \\ ٤ & ٣ \end{pmatrix}$ ، $أ = \begin{pmatrix} ١ & ٣ \\ ١ & -٢ \end{pmatrix}$ فان : ب = ...

(أ) $\begin{pmatrix} -٤ & ٢ \\ ٣ & -١ \end{pmatrix}$ (ب) $\begin{pmatrix} ٣ & ٣ \\ ٤ & -٢ \end{pmatrix}$ (ج) $\begin{pmatrix} ٤ & ٣ \\ -٢ & ٢ \end{pmatrix}$ (د) $\begin{pmatrix} ٤ & -٢ \\ ٣ & ٢ \end{pmatrix}$

(٧) اذا كان : $-٣س + \begin{pmatrix} ٩ & ٦ \\ ١٢ & ٠ \end{pmatrix} = \square$ فان : س = ...

(أ) $\begin{pmatrix} ٣ & ٢ \\ ١٢ & ٠ \end{pmatrix}$ (ب) $\begin{pmatrix} ٩ & ٣ \\ ٤ & ٠ \end{pmatrix}$ (ج) $\begin{pmatrix} ٣ & ٢ \\ ٤ & ٠ \end{pmatrix}$ (د) $\begin{pmatrix} ٩ & ٣ \\ -٣ & ٩ \end{pmatrix}$

(٨) اذا كان : أ ، ب مصفوفتين من نفس النظم فان : $(أ^{مد} + ب^{مد})^{مد}$ = ...

(أ) $أ^{مد} + ب^{مد}$ (ب) $أ^{مد} - ب^{مد}$ (ج) أ + ب (د) أ − ب

(٩) اذا كان : $\begin{pmatrix} ٥ & ٢ \\ -٢ & ٣ \end{pmatrix} + ٤ I = \begin{pmatrix} ص & س \\ ل & ع \end{pmatrix}$ فان س + ص + ع + ل = ...

(أ) ٨ (ب) ١٠ (ج) ١٢ (د) ١٦

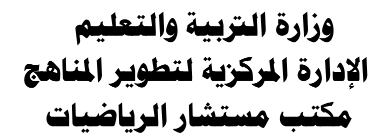
(١٠) اذا كانت أ ، ب مصفوفتين لهما نفس النظم م × ن فان المصفوفة أ −٢ب تكون على النظم ....

(أ) م × ن (ب) ن × م (ج) م × ١ (د) ١ × ن

حل تمارين على الدرس الثاني

السؤال	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠
الاجابة	ب	ج	ب	ج	د	د	ج	ج	د	أ





الدرس الثالث (٣ – ١)

(ضرب المصفوفات)

ملخص الدرس :

اذا كان ٭ مصفوفة على النظم م × ن ، ب مصفوفة على النظم ل × ك فانه :

- يمكن ضرب ٭ × ب اذا كان : ن (عدد أعمدة المصفوفة الأولى)= ل(عدد صفوف المصفوفة الثانية)
- المصفوفة ج الناتجة من الضرب تكون على النظم م × ك حيث :

ج $_{ص\ ع}$ = مجموع حواصل ضرب عناصر الصف ص من ٭ في عناصر العمود ع من ب عنصرا بعنصرا كلا بنظيره .

خواص عملية الضرب :

بفرض أن ٭، ب ، ج ثلاث مصوفات من النظم م × ن ، I مصفوفة الوحدة فان الخواص التالية تتحقق :

(١) خاصية الدمج :

(٭ ب) ج = ٭ (ب ج) حيث أن عملية الضرب معرفة

(٢) خاصية وجود محايد ضربي :

مصفوة الوحدة I هي المحايد الضربي أي أن : ٭ I = I ٭ = ٭ حيث ٭ مصفوفة مربعة على نفس نظم I

(٣) خاصية توزيع ضرب المصفوفات على جمعها :

٭ (ب + ج) = ٭ ب + ٭ ج ، (٭ + ب) ج = ٭ ج + ب ج حيث الضرب و الجمع معرفة

ملاحظات هامة عند الضرب :

- اذا كانت ٭ ، ب مصفوفتين قابلتين للضرب على أي صورة بمعنى أن ٭ ب معرفة ، ب ٭ معرفة ايضا فانه ليس من الضروري أن يكون : ٭ ب = ب ٭ (ضرب المصفوفات ليس عملية ابدالية)
- (٭ ب)^{مد} = ب^{مد} ٭^{مد} بشرط أن تكون عمليات الضرب معرفة
- اذا كانت ٭ ، ب مصفوفتين و كان : ٭ ب = ▭ فانه ليس من الضروري أن يكون ٭ = ▭ أو ب = ▭



مثال محلول (١)

اذا كانت : $ﻫ = \begin{pmatrix} ٣ & ٢ \\ -١ & ٤ \\ ٠ & ١ \end{pmatrix}$ ، $ب = \begin{pmatrix} ٢ & -١ \\ ٣ & ٥ \end{pmatrix}$ أوجد ما يلي إن أمكن ؟

أولاً : ﻫ ب　　　　**ثانياً** : ب ﻫ

الحـــــــــــــــــــل

أولاً : ∵ المصفوفة ﻫ على النظم ٣ × ٢ ، المصفوفة ب على النظم ٢ × ٢

∴ (عدد أعمدة المصفوفة ﻫ) = (عدد صفوف المصفوفة ب) = ٢

∴ ﻫ ب معرفة و تكون على النظم ٣ × ٢

$$ﻫ ب = \begin{pmatrix} ٣ & ٢ \\ -١ & ٤ \\ ٠ & ١ \end{pmatrix} \begin{pmatrix} ٢ & -١ \\ ٣ & ٥ \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} (٣)(٢) + (٢)(٣) & (٣)(-١) + (٢)(٥) \\ (-١)(٢) + (٤)(٣) & (-١)(-١) + (٤)(٥) \\ (٠)(٢) + (١)(٣) & (٠)(-١) + (١)(٥) \end{pmatrix}$$

$$ﻫ ب = \begin{pmatrix} ١٢ & ٧ \\ ١٠ & ٢١ \\ ٣ & ٥ \end{pmatrix}$$

ثانيا : ∵ المصفوفة ب على النظم ٢ × ٢ ، المصفوفة ﻫ على النظم ٣ × ٢

∴ (عدد أعمدة المصفوفة ب) ≠ (عدد صفوف المصفوفة ﻫ)

∴ ب ﻫ غير معرفة

تدريب (١): اختر الاجابة الصحيحة من بين الاجابات المعطاة :

$$\begin{pmatrix} ١ & -٣ \\ -٤ & ٢ \end{pmatrix} \begin{pmatrix} ٢ & ٠ \\ ١ & -١ \end{pmatrix} = \text{.................}$$

(أ) $\begin{pmatrix} ٢ & -٦ \\ ٥ & ٥ \end{pmatrix}$　(ب) $\begin{pmatrix} -٤ & ٢ \\ -٣ & ٩ \end{pmatrix}$　(ج) $\begin{pmatrix} ٩ & ١ \\ -٦ & -٤ \end{pmatrix}$　(د) $\begin{pmatrix} -١ & ٣ \\ -٦ & -٢ \end{pmatrix}$



مثال محلول (٢)

اذا كانت : $أ = \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 2 & 0 \\ 3 & -4 \end{pmatrix}$ ، $ب = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$

تحقق من صحة العلاقة: $(\text{أ ب})^{\text{مد}} = \text{ب}^{\text{مد}}\ \text{أ}^{\text{مد}}$

الحـــــــــــــــــــــل

أولاً : ∵ المصفوفة أ على النظم ٣ × ٢ ، المصفوفة ب على النظم ٢ × ٣

∴ (عدد أعمدة المصفوفة أ)=(عدد صفوف المصفوفة ب) = ٢

∴ أ ب معرفة و تكون على النظم ٣ × ٣

∵ $\text{أ ب} = \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 2 & 0 \\ 3 & -4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 0 \\ 4 & -2 & 6 \\ 6 & 1 & 5 \end{pmatrix}$ ⟸ (١)

∴ $(\text{أ ب})^{\text{مد}} = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 6 \\ 2 & -2 & 1 \\ 0 & 6 & 5 \end{pmatrix}$

∵ $\text{ب}^{\text{مد}}\ \text{أ}^{\text{مد}} = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -1 & -1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -3 & 0 & -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 6 \\ 2 & -2 & 1 \\ 0 & 6 & 5 \end{pmatrix}$ ⟸ (٢)

من (١) ، (٢) ينتج أن :

$$(\text{أ ب})^{\text{مد}} = \text{ب}^{\text{مد}}\ \text{أ}^{\text{مد}}$$

تدريب (٢): اختر الاجابة الصحيحة من بين الاجابات المعطاة :

اذا كانت أ ، ب مصفوفتين حيث : $\text{أ ب} = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 7 \end{pmatrix}$ فان : $\text{ب}^{\text{مد}}\ \text{أ}^{\text{مد}} =$

(أ) $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 7 \end{pmatrix}$ (ب) $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 7 \end{pmatrix}$ (ج) $\begin{pmatrix} 7 & -1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$ (د) $\begin{pmatrix} 7 & 3 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$

مثال محلول (٣)

اذا كانت : أ = $\begin{pmatrix} -٦ & -٦ \\ -٤ & -٢ \end{pmatrix}$ ، (أ + ب)^{مد} = $\begin{pmatrix} ٤ & -١٠ \\ ٢ & -٩ \end{pmatrix}$

أوجد : (أ^{مد} ب)

الحـــــــــــــل

∵ (أ + ب)^{مد} = $\begin{pmatrix} ٤ & -١٠ \\ ٢ & -٩ \end{pmatrix}$ ∴ أ + ب = $\begin{pmatrix} -٩ & -١٠ \\ ٢ & ٤ \end{pmatrix}$

∵ أ = $\begin{pmatrix} -٦ & -٦ \\ -٤ & -٢ \end{pmatrix}$

∴ ب = $\begin{pmatrix} -٩ & -١٠ \\ ٢ & ٤ \end{pmatrix}$ − $\begin{pmatrix} -٦ & -٦ \\ -٤ & -٢ \end{pmatrix}$ = $\begin{pmatrix} -٣ & -٤ \\ ٦ & ٦ \end{pmatrix}$

∵ أ^{مد} = $\begin{pmatrix} -٢ & -٦ \\ -٤ & -٦ \end{pmatrix}$ ، ب = $\begin{pmatrix} -٣ & -٤ \\ ٦ & ٦ \end{pmatrix}$

أ^{مد} ب = $\begin{pmatrix} -٢ & -٦ \\ -٤ & -٦ \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} -٣ & -٤ \\ ٦ & ٦ \end{pmatrix}$ = $\begin{pmatrix} ٦ & ١٢ \\ -٦ & ٠ \end{pmatrix}$

تدريب (٣): اختر الاجابة الصحيحة من بين الاجابات المعطاة :

اذا كانت أ ، ب مصفوفتين حيث: أ = $\begin{pmatrix} ٤ & ٢ \\ ٣ & ٠ \end{pmatrix}$ ، ب = $\begin{pmatrix} ١ & ٣ \\ ٢ & -١ \end{pmatrix}$ وكان : س^{مد} = أ ب فان : س =

(أ) $\begin{pmatrix} ١٠ & ٢ \\ ٦ & -٣ \end{pmatrix}$ (ب) $\begin{pmatrix} ١٠ & ٦ \\ ٢ & -٣ \end{pmatrix}$ (ج) $\begin{pmatrix} -٣ & ٢ \\ ٦ & ١٠ \end{pmatrix}$ (د) $\begin{pmatrix} -٣ & ٦ \\ ٢ & ١٠ \end{pmatrix}$

حل التدريبات

حل تدريب (١) : د

حل تدريب (٢) : أ

حل تدريب (٣) : ج

تمارين على الدرس الثالث

اختر الاجابة الصحيحة من بين الاجابات المعطاة :

(١) اذا كان : أ = $\begin{pmatrix} ٠ & ٤ & -٣ \\ -٣ & ٧ & -٥ \end{pmatrix}$ ، ب = $\begin{pmatrix} -٥ \\ ٠ \\ ٣ \end{pmatrix}$ فان : أ ب = ...

(أ) $\begin{pmatrix} ٠ & ١٥ \\ -٩ & ٢٥ \end{pmatrix}$ (ب) $\begin{pmatrix} ١٥ \\ ١٦ \end{pmatrix}$ (ج) $\begin{pmatrix} ١٦ & ١٥ \end{pmatrix}$ (د) $\begin{pmatrix} ٢٥ & ١٥ \\ ٠ & ٠ \\ -٩ & ٠ \end{pmatrix}$

(٢) اذا كان : $\begin{pmatrix} ٣ & ١ \\ ١ & -٢ \end{pmatrix} \begin{pmatrix} ٠ & ٢ \\ \text{ص} & \text{س} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -٩ & ٨ \\ -٣ & -٢ \end{pmatrix}$ فان : ....

(أ) س = ٢ ، ص = −٣ (ب) س = ١ ، ص = ٣ (ج) س = −١ ، ص = −٣ (د) س = −٢ ، ص = ٣

(٣) اذا كان : $\begin{pmatrix} ١ & -٢ \\ ١ & -١ \end{pmatrix} \begin{pmatrix} ١ & -١ \\ \text{س} & -١ \end{pmatrix} = I$ حيث I مصفوفة الوحدة فان : س = ...

(أ) ٠ (ب) ١ (ج) ٢ (د) ٣

(٤) اذا كانت أ مصفوفة على النظم ١ × ٣ ، أ ب مصفوفة على النظم ١× ٣ فان ب على النظم ....

(أ) ١ × ١ (ب) ٣ × ١ (ج) ١ × ٢ (د) ٣ × ٣

(٥) اذا كان : أ = $\begin{pmatrix} ١ & ٣ \\ -٣ & -١ \end{pmatrix}$ فان : $\text{أ}^٢$ = ...

(أ) $-I$ (ب) $٨I$ (ج) $٤I$ (د) $I^٢$

(٦) $\begin{pmatrix} ٠ & ١ \\ ٠ & ١ \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} ١ & ١ \\ ٠ & ٠ \end{pmatrix}$ = ...

(أ) $- I$ (ب) I (ج) ▭ (د) $\begin{pmatrix} ٢ & ٠ \\ ٠ & ٠ \end{pmatrix}$

(٧) اذا كانت : ٲ = (جتاθ جاθ ١) فان : ٲ ٲ^مد = ...

(أ) (٠) (ب) (١) (ج) (٢) (د) (٣)

(٨) اذا كانت : ج = $\begin{pmatrix} ٣ & ٠ \\ ٣ & ٣ \end{pmatrix}$ وكانت : ٲ − ج = ▭ فان : ٲ^٢ = ...

(أ) $\begin{pmatrix} ٠ & ٣ \\ ٩ & ١٨ \end{pmatrix}$ (ب) $\begin{pmatrix} ٠ & ٩ \\ ٩ & ٩ \end{pmatrix}$ (ج) $\begin{pmatrix} ٠ & ٩ \\ ٩ & ٣ \end{pmatrix}$ (د) $\begin{pmatrix} ٠ & ٩ \\ ٩ & ١٨ \end{pmatrix}$

(٩) اذا كانت : ب = $\begin{pmatrix} ٢ & ٣ \\ ٥ & ٤ \end{pmatrix}$ فان : ب^٢ − ٢ ب = ...

(أ) $\begin{pmatrix} ٢٣ & ١١ \\ ٢٤ & ١٢ \end{pmatrix}$ (ب) $\begin{pmatrix} ١١ & ٢٤ \\ ١٢ & ٢٣ \end{pmatrix}$ (ج) $\begin{pmatrix} ٢٤ & ١١ \\ ٢٣ & ١٢ \end{pmatrix}$ (د) $\begin{pmatrix} ١٢ & ١١ \\ ٢٣ & ٢٤ \end{pmatrix}$

(١٠) اذا كان : $\begin{pmatrix} ١ & ٢ \\ -١ & ٣ \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} س \\ ص \end{pmatrix}$ = $\begin{pmatrix} ٩ \\ ٦ \end{pmatrix}$ فان : س + ص = ...

(أ) ٦ (ب) ٥ (ج) ٤ (د) ٣

حل تمارين على الدرس الثالث

السؤال	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠
الاجابة	ب	أ	ج	د	ب	ج	ج	د	د	أ

الدرس الرابع (٤ – ١)

(المحددات)

ملخص الدرس :

كل مصفوفة مربعة أ يناظرها قيمة عددية تسمى محدد المصفوفة و يرمز لها بالرمز | أ |

المحدد الثنائي (محدد الرتبة الثانية) :

اذا كانت س مصفوفة على النظم ٢ × ٢ حيث : $س = \begin{pmatrix} أ & ب \\ حـ & ء \end{pmatrix}$ فان :

محدد المصفوفة س و يرمز لها بالرمز : $|س| = \begin{vmatrix} أ & ب \\ حـ & ء \end{vmatrix} = أ \times ء - ب \times حـ$

أي أن : قيمة المحدد الثنائي = حاصل ضرب عنصري القطر الرئيسي – حاصل ضرب عنصري القطر الآخر

مثلاً : $\begin{vmatrix} ٥ & ٣ \\ ٤ & ٦ \end{vmatrix} = ٥\times٦ - ٣\times٤ = ٣٠-١٢ = ١٨$

المحدد الثلاثي (محدد الرتبة الثالثة) :

اذا كانت أ مصفوفة على النظم ٣ × ٣ حيث : $أ = \begin{pmatrix} أ_{١١} & أ_{٢١} & أ_{٣١} \\ أ_{١٢} & أ_{٢٢} & أ_{٣٢} \\ أ_{١٣} & أ_{٢٣} & أ_{٣٣} \end{pmatrix}$

محدد المصفوفة س و يرمز لها بالرمز : $|أ| = \begin{vmatrix} أ_{١١} & أ_{٢١} & أ_{٣١} \\ أ_{١٢} & أ_{٢٢} & أ_{٣٢} \\ أ_{١٣} & أ_{٢٣} & أ_{٣٣} \end{vmatrix}$ و لكل عنصر في هذا المحدد

يناظره محدد ثنائي أصغر ينتج من العناصر المتبقية بعد حذف الصف و العمود الواقع فيهما هذا العنصر

فمثلاً : للحصول على المحدد الاصغر للعنصر $أ_{١١}$ يرمز له بالرمز $|أ_{١١}|$ و محدده هو $\begin{vmatrix} أ_{٢٢} & أ_{٣٢} \\ أ_{٢٣} & أ_{٣٣} \end{vmatrix}$ و هكذا

و تتعين اشارة المحدد الاصغر المناظر للعنصر $أ_{ص ع}$ بالقاعدة $(-١)^{ص+ع}$

و يمكن كتابة قاعدة الاشارات للمحدد الاصغر كما يلي : $\begin{vmatrix} + & - & + \\ - & + & - \\ + & - & + \end{vmatrix}$

ملحوظه هامة : يمكن فك المحدد عن طريق أي صف أو أي عمود مع مراعاة قاعدة الاشارات

محدد المصفوفة المثلثية :

هي مصفوفة جميع عناصرها التي تحت القطر الرئيسي (أو فوقة) أصفار مثل المصفوفات :

أ = $\begin{pmatrix} ١ & ٢ \\ ٠ & ٣ \end{pmatrix}$ ، ب = $\begin{pmatrix} -١ & ٠ \\ ٦ & ٢ \end{pmatrix}$ ، ج = $\begin{pmatrix} ١ & -١ & ٥ \\ ٠ & ٤ & ٢ \\ ٠ & ٠ & ١ \end{pmatrix}$ ، د = $\begin{pmatrix} ٧ & ٠ & ٠ \\ ١ & ٣ & ٠ \\ ٤ & ٢ & ٥ \end{pmatrix}$

قيمة محدد المصفوفة المثلثية = حاصل ضرب عناصر قطرها الرئيسي

مثلاً : قيمة المحدد $\begin{vmatrix} ٣ & ٠ \\ ١ & ٤ \end{vmatrix}$ = ٣×٤ = ١٢ ، $\begin{vmatrix} ٢ & ٤ & ٦ \\ ٠ & ٣ & ٥ \\ ٠ & ٠ & ٤ \end{vmatrix}$ = ٢ × ٣ × ٤ = ٢٤

ملاحظات هامة :

- اذا كانت أ مصفوفة على النظم ن × ن ، ك ∈ ح فإن :

$$|ك أ| = ك^{ن} |أ|$$

مثلا : اذا كان أ مصفوفة على النظم ٢×٢ وكان : |أ| = ٥ فان :

$$|٣أ| = ٣^{٢} |أ| = ٩×٥ = ٤٥$$

- اذا كانت أ مصفوفة مربعة فان :

$$|أ| = |أ^{مد}|$$

- اذا كانت أ ، ب مصفوفتين مربعتين بحيث اب معرفة فان :

$$|أ × ب| = |أ| × |ب|$$

ايجاد مساحة سطح مثلث باستخدام المحددات :

اذا كان س ص ع مثلث حيث : س (ﺃ ، ﺏ) ، ص (ﺣ ، ﺀ) ، ع (ﻫ ، و)

فان: مساحة سطح المثلث س ص ع هي | م | حيث م = $\frac{1}{2}$ $\begin{vmatrix} ﺃ & ﺏ & 1 \\ ﺣ & ﺀ & 1 \\ ﻫ & و & 1 \end{vmatrix}$

حل نظام من المعادلات الخطية باستخدام قاعدة كرامر :

اذا كان لدينا نظام من المعادلات الخطية في مجهولين كالتالي : ﺃس + ﺏص = م ، ﺣس + ﺀص = ﻥ

فإننا نوجد ثلاثة محددات و هي كالتالي :

$\begin{vmatrix} ﺃ & ﺏ \\ ﺣ & ﺀ \end{vmatrix}$ و يسمى محدد المعاملات و يرمز له بالرمز Δ و يقرأ (دلتا)

$\begin{vmatrix} م & ﺏ \\ ﻥ & ﺀ \end{vmatrix}$ و يسمى محدد المجهول س و يرمز له بالرمز Δس و يقرأ (دلتا س)

$\begin{vmatrix} ﺃ & م \\ ﺣ & ﻥ \end{vmatrix}$ و يسمى محدد المجهول ص و يرمز له بالرمز Δص و يقرأ (دلتا ص)

و يكون قيمة س و ص كما يلي :

س = $\frac{\Delta_{س}}{\Delta}$ ، ص = $\frac{\Delta_{ص}}{\Delta}$



مثال محلول (١)

أوجد قيمة س حيث : $\begin{vmatrix} \text{س} & ٣ \\ ١٠ & -٥ \end{vmatrix} = -٤٠$

الحـــــــــــــــــل

بفك المحدد $\begin{vmatrix} \text{س} & ٣ \\ ١٠ & -٥ \end{vmatrix} = \text{س} \times -٥ - ٣ \times ١٠$

$= -٥\,\text{س} - ٣٠$

$\therefore\ -٥\,\text{س} - ٣٠ = -٤٠ \Longleftarrow -٥\,\text{س} = -٤٠ + ٣٠$

$-٥\,\text{س} = -١٠ \Longleftarrow \therefore\ \text{س} = ٢$

تدريب (١): اختر الاجابة الصحيحة من بين الاجابات المعطاة :

اذا كان : $\begin{vmatrix} \text{س}^{٢} & ٣ \\ ٤ & \text{س} \end{vmatrix} = ١٥$ فان : س = ...

(أ) ٢ (ب) ٣ (ج) ٤ (د) ١٥

مثال محلول (٢)

أوجد قيمة المحدد : $\begin{vmatrix} ١ & ٢ & ٠ \\ ٣ & ٤ & ٥ \\ ٦ & ١ & ٠ \end{vmatrix}$

الحـــــــــــــــــل

بفك المحدد عن طريق الصف الأول :

$\therefore$ قيمة المحدد $= (١)\begin{vmatrix} ٤ & ٥ \\ ١ & ٠ \end{vmatrix} - (٢)\begin{vmatrix} ٣ & ٥ \\ ٦ & ٠ \end{vmatrix} + (٠)\begin{vmatrix} ٣ & ٤ \\ ٦ & ١ \end{vmatrix}$

$= (١)(٤\times٠ - ٥\times١) - (٢)(٣\times٠ - ٥\times٦) + (٠)(٣\times١ - ٦\times٤)$

$= (١)(-٥) - (٢)(-٣٠) + (٠)(-٢١)$

$= -٥ + ٦٠ + \text{صفر} = ٥٥$

تدريب (٢): اختر الاجابة الصحيحة من بين الاجابات المعطاة :

قيمة المحدد : $\begin{vmatrix} ٣ & ٦ & ٠ \\ ٩ & ٧ & ٢ \\ ٤ & ١ & ٠ \end{vmatrix}$ = ...

(أ) ١٨ (ب) ٢١ (ج) ٣٦ (د) ـ٤٢

مثال محلول (٣)

أوجد مجموعة حل المعادلة : $\begin{vmatrix} ٠ & ٠ & س \\ ٠ & ٣ & ٣ \\ ٢س & ١- & ٤ \end{vmatrix} = ٢٤$

الحـــــــــــل

∵ المحدد المعطى هو محدد لمصفوفة مثلثية فان :

قيمة محدد المصفوفة المثلثية = حاصل ضرب عناصر قطرها الرئيسي

∴ قيمة المحدد = س × ٣ × ٢ س = ٦ $س^٢$

∴ ٦ $س^٢$ = ٢٤ ⟸ $س^٢$ = ٤ س = ± ٢

∴ مجموعة الحل هي { ٢ ، – ٢ }

تدريب (٣): اختر الاجابة الصحيحة من بين الاجابات المعطاة :

مجموعة حل المعادلة : $\begin{vmatrix} ٤- & ٣ & س \\ ٢ & ٢س & ٠ \\ ١ & ٠ & ٠ \end{vmatrix}$ = ٩٨ هي ....

(أ) { ٧ ، ـ ٧ } (ب) { ٨ ، ـ ٨ } (ج) { ٤٩ } (د) { ٩٦ }



مثال محلول (٤)

اذا كان ٲ مصفوفة على النظم ٢ × ٢ وكان : | ٲ | = ١٥ فان : | ٣ ٲ | =

الحـــــــــــــل

∵ | ٲ | = ١٥

∴ | ٣ ٲ | = ٣^٢ | ٲ | = ٩ × ١٥ = ١٣٥

تدريب (٤): اختر الاجابة الصحيحة من بين الاجابات المعطاة :

اذا كان ٲ مصفوفة على النظم ٢ × ٢ وكان : | ٲ٢ | = ١٢ فان : | ٲ | = ...

(أ) ٢ (ب) ٣ (ج) ٤ (د) ٦

مثال محلول (٥)

أوجد مساحة سطح المثلث الذي رؤوسه النقط : (١ ، ٦) ، (٠ ، ١٠) ، (٠ ، ٠)

الحـــــــــــــل

نوجد أولا : م = $\frac{١}{٢}$ $\begin{vmatrix} ١ & ٦ & ١ \\ ٠ & ١٠ & ١ \\ ٠ & ٠ & ١ \end{vmatrix}$ (لاحظ المحدد لمصفوفة مثلثية)

∴ م = $\frac{١}{٢}$ (١×١٠×١) = ٥

∴ مساحة سطح المثلث = ٥ وحدات مربعة

تدريب (٥): اختر الاجابة الصحيحة من بين الاجابات المعطاة :

مساحة سطح المثلث الذي رؤوسه النقط : (٣ ، ٥) ، (٠ ، ٠) ، (٠ ، ٤)

(أ) ٣ (ب) ٦ (ج) ١٢ (د) ٢٤

مثال محلول (٦)

حل النظام التالي باستخدام قاعدة كرامر : س + ٣ ص = ٧ ، ٣س – ص = ١

الحـــــــــــــــــــل

نوجد أولا محدد المعاملات $\Delta = \begin{vmatrix} ١ & ٣ \\ ٣ & -١ \end{vmatrix}$ = ١ × –١ – ٣ × ٣ = – ١٠

محدد المجهول س= ($\Delta_{س}$) = $\begin{vmatrix} ٧ & ٣ \\ ١ & -١ \end{vmatrix}$ = ٧ × –١ – ١ × ٣ = –١٠

محدد المجهول ص= ($\Delta_{ص}$) = $\begin{vmatrix} ١ & ٧ \\ ٣ & ١ \end{vmatrix}$ = ١ × ١ – ٣ × ٧ = – ٢٠

∴ س = $\frac{\Delta_{س}}{\Delta}$ = $\frac{-١٠}{-١٠}$ = ١ ، ص = $\frac{\Delta_{ص}}{\Delta}$ = $\frac{-٢٠}{-١٠}$ = ٢

∴ مجموعة حل النظام هو { (١ ، ٢) }

تدريب (٦): اختر الاجابة الصحيحة من بين الاجابات المعطاة :

في نظام المعادلات : $أ_١$س + $ب_١$ص = $جـ_١$ ، $أ_٢$س + $ب_٢$ص = $جـ_٢$ اذا كان :

$\Delta_{س} = \begin{vmatrix} ٧ & ٢ \\ ٥ & ٢ \end{vmatrix}$ ، $\Delta_{ص} = \begin{vmatrix} ٣ & ٧ \\ ١ & ٥ \end{vmatrix}$ فان : (س ، ص) = ...

(أ) (٠ ، ١) (ب) (١ ، ٠) (ج) (١ ، ٢) (د) (٢ ، ١)

حل التدريبات

حل تدريب (١) : ب

حل تدريب (٢) : د

حل تدريب (٣) : أ

حل تدريب (٤) : ب

حل تدريب (٥) : ب

حل تدريب (٦) : ج

تمارين على الدرس الرابع

اختر الاجابة الصحيحة من بين الاجابات المعطاة :

(١) قيمة المحدد : $\begin{vmatrix} \text{ك} & ٧ \\ \text{ك} & ٢ \end{vmatrix}$ = ...

(أ) ٥ك (ب) -٥ك (ج) ٩ك (د) -٩ك

(٢) جميع قيم س التي تجعل : $\begin{vmatrix} \text{س} & ٥ \\ ٥ & \text{س} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} ١ & -٢ \\ ٤ & ٨ \end{vmatrix} = ٤٠$ هي ....

(أ) ٧ أو -٧ (ب) ٨ أو -٨ (ج) ٤٩ أو -٤٩ (د) ٦٤

(٣) اذا كان ب ، حـ حيث ب > حـ هما جذري المعادلة : س^{٢} − ٣٦ س + ٢٤٣ = ٠ فان

$\begin{vmatrix} \text{ب} & \text{حـ} \\ ١ & -١ \end{vmatrix}$ = ...

(أ) ٣ (ب) ٤ (ج) ٥ (د) ٣٦

(٤) اذا كان : أ = $\begin{pmatrix} ٣ & -٧ & -٣ \\ -٩ & -٥ & ٨ \\ ٣ & -٣ & ٠ \end{pmatrix}$ فان المحدد المناظر للعنصر أ$_{٣١}$ هو ....

(أ) $\begin{vmatrix} -٩ & -٥ \\ ٣ & -٣ \end{vmatrix}$ (ب) $\begin{vmatrix} ٣ & -٣ \\ -٩ & ٨ \end{vmatrix}$ (ج) $\begin{vmatrix} -٥ & ٨ \\ -٣ & ٠ \end{vmatrix}$ (د) $\begin{vmatrix} ٣ & -٣ \\ ٣ & ٠ \end{vmatrix}$

(٥) مجموعة حل المعادلة : $\begin{vmatrix} ١ & ٠ & ٠ \\ ٢ & \text{س} & ٢ \\ ٣ & ٣ & ٢ \end{vmatrix} = ٤$ في ح هي ....

(أ) { ٨ } (ب) { ٦ } (ج) { ٥ } (د) { -٥ }

(٦) اذا كان : $\begin{vmatrix} \text{أ} & ٢ \\ \text{ب} & ٥ \end{vmatrix} = ٠$ فان : ب = ...

(أ) $\frac{٢\text{أ}}{٥}$ (ب) $\frac{-٢\text{أ}}{٥}$ (ج) $\frac{٥\text{أ}}{٢}$ (د) $\frac{٢}{٥\text{أ}}$



(٧) اذا كان : $\begin{vmatrix} جتا\theta & جا\theta \\ قتا\theta & ٢ \end{vmatrix}$ = $\begin{vmatrix} ت & -١ \\ ت^٣ & ١ \end{vmatrix}$ حيث (ت^٢ = -١) ، θ زاوية حادة فان : θ =

(أ) ٩٠° (ب) ٦٠° (ج) ٤٥° (د) ٣٠°

(٨) مجموعة حل المعادلة : $\begin{vmatrix} س - ٢ & ٠ & ٠ \\ ٤ & ١ & ٠ \\ ٥ & ٦ & س + ٢ \end{vmatrix}$ = ٥ في ح هي ....

(أ) { ١ ، -١ } (ب) { ٢ ، -٢ } (ج) { ٣ ، ٢ } (د) { ٣ ، -٣ }

(٩) س ص ع مثلث فيه : س (٠ ، ٠) ، ص (٠ ، ٥) ، ع (-٣ ، ٢) فان :

مساحة سطح Δ س ص ع = ... وحدة مربعة

(أ) ٣ (ب) ٧.٥ (ج) ١٥ (د) ٩

(١٠) في نظام المعادلات : $ا_١$ س + $ب_١$ ص = $ج_١$ ، $ا_٢$ س + $ب_٢$ ص = $ج_٢$ وكان :

$\begin{vmatrix} ا_١ & ب_١ \\ ا_٢ & ب_٢ \end{vmatrix}$ = ٣ ، $\begin{vmatrix} ج_١ & ب_١ \\ ج_٢ & ب_٢ \end{vmatrix}$ = -٦ ، $\begin{vmatrix} ا_١ & ج_١ \\ ا_٢ & ج_٢ \end{vmatrix}$ = ١٢ فان : (س ، ص) = ...

(أ) (-٢ ، ٤) (ب) (٤ ، -٢) (ج) (-١٨، ٣٦) (د) (٣٦ ، -١٨)

حل تمارين على الدرس الرابع

السؤال	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠
الاجابة	ب	أ	د	أ	ج	ج	ب	د	ب	أ

الدرس الخامس(٥ – ١)

(المعكوس الضربي للمصفوفة)

ملخص الدرس :

يقال للمصفوفة $م^{-١}$ أنها معكوس ضربي للمصفوفة م اذا كان :

$م × م^{-١} = م^{-١} × م = I$ حيث I مصفوفة الوحدة ، $|م| ≠ ٠$

لاحظ أنه : اذا كان : $|م| = ٠$ فان المصفوفة م ليس لها معكوس ضربي

اذا كان : $م = \begin{pmatrix} م & ب \\ حـ & ء \end{pmatrix}$ فان المعكوس الضربي للمصفوفة م يكون معرفاً عندما يكون $|م| = \Delta ≠ ٠$

و بفرض أن $م^{-١}$ المعكوس الضربي للمصفوفة م فان : $م^{-١} = \frac{١}{\Delta} \begin{pmatrix} ء & -ب \\ -حـ & م \end{pmatrix}$

حل معادلتين آنيتين باستخدام معكوس المصفوفة :

النظام التالي : ٣ س + ٢ ص = ١١ ، س – ٥ ص = ١٥ يمكن كتابته بالصورة :

$$\begin{pmatrix} ٣ & ٢ \\ ١ & -٥ \end{pmatrix} \begin{pmatrix} س \\ ص \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ١١ \\ ١٥ \end{pmatrix}$$

مصفوفة المعاملات م ، مصفوفة المجاهيل س ، مصفوفة الثوابت ج

و للحصول على مصفوفة المجاهيل س :

نوجد المعكوس الضربي لمصفوفة المعاملات م و نضربها في مصفوفة الثوابت ج من جهة اليمين

و تكون : $س = م^{-١} × ج$

أي أن مصفوفة المجاهيل = المعكوس الضربي لمصفوفة المعاملات × مصفوفة الثوابت

مثال محلول (١)

أثبت أن للمصفوفة $ء = \begin{pmatrix} ٤ & ٢ \\ ٥ & ٣ \end{pmatrix}$ معكوس ضربي و أوجده

الحــــــــــــــــــل

∵ $|ء| = \begin{vmatrix} ٤ & ٢ \\ ٥ & ٣ \end{vmatrix} = ٤ \times ٣ - ٢ \times ٥ = ١٢ - ١٠ = ٢$

∵ $|ء| \neq ٠$ ∴ للمصفوفة ا معكوس ضربي

$ء^{-١} = \frac{١}{\Delta} \begin{pmatrix} ء & -ب \\ -جـ & ا \end{pmatrix} = \frac{١}{٢} \begin{pmatrix} ٣ & -٢ \\ -٥ & ٤ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{٣}{٢} & -١ \\ \frac{-٥}{٢} & ٢ \end{pmatrix}$

تدريب (١): اختر الاجابة الصحيحة من بين الاجابات المعطاة :

أي المصفوفات التالية لها معكوس ضربي ؟

(أ) $\begin{pmatrix} ٤ & ٤ \\ ٤ & ٤ \end{pmatrix}$ (ب) $\begin{pmatrix} ٣ & ٢ \\ ٦ & ٤ \end{pmatrix}$ (ج) $\begin{pmatrix} ٥ & ٠ \\ ٢ & ١ \end{pmatrix}$ (د) $\begin{pmatrix} ٢ & -٣ \\ ٢ & -٣ \end{pmatrix}$

مثال محلول (٢)

أوجد قيمة ك التي تجعل المصفوفة $ء = \begin{pmatrix} ك & ١ \\ ٦ & ٢ \end{pmatrix}$ ليس لهامعكوس ضربي

الحــــــــــــــــــل

∵ المصفوفة ء ليس لها معكوس صربي ∴ $|ء| = ٠$

∴ $\begin{vmatrix} ك & ١ \\ ٦ & ٢ \end{vmatrix} = ٠$ ⟸ ∴ $٢ \times ك - ١ \times ٦ = ٠$ ⟸ $ك = ٣$

تدريب (٢): اختر الاجابة الصحيحة من بين الاجابات المعطاة :

اذا كانت المصفوفة $ء = \begin{pmatrix} ٦ & ٢ \\ -٣ & ك \end{pmatrix}$ ليس لها معكوس ضربي فان ك = ...

(أ) ١ (ب) -١ (ج) ٦ (د) -٦

مثال محلول (٣)

اذا كانت $أ = \begin{pmatrix} 2 & -2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$ أوجد المصفوفة ب التي تحقق أن :

$$أ\,ب = \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ 0 & 7 \end{pmatrix}$$

الحـــــــــــــــــــل

$\because$ $أ\,ب = \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ 0 & 7 \end{pmatrix}$

$\therefore$ $ب = أ^{-1} \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ 0 & 7 \end{pmatrix}$

$\because$ $|أ| = \begin{vmatrix} 2 & -2 \\ -1 & 3 \end{vmatrix} = 2 \times 3 - (-1)(-2) = 4$

$أ^{-1} = \frac{1}{4} \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$

$\therefore$ $ب = أ^{-1} \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ 0 & 7 \end{pmatrix}$

$\therefore$ $ب = \frac{1}{4} \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ 0 & 7 \end{pmatrix}$

$\therefore$ $ب = \frac{1}{4} \begin{pmatrix} 12 & 8 \\ 4 & 12 \end{pmatrix}$

$\therefore$ $ب = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$

تدريب (٣): اختر الاجابة الصحيحة من بين الاجابات المعطاة :

اذا كانت المصفوفة $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \times ج = \begin{pmatrix} 6 & 4 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ فان : ج = ...

(أ) $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$ (ب) $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$ (ج) $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$ (د) $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

مثال محلول (٤)

حل نظام المعادلات التالية باستخدام المصفوفات :

٣ س + ٧ ص = ٢ ، ٢ س + ٥ ص = ١

الحـــــــــــــــــــــل

∵ مصفوفة المعاملات $أ = \begin{pmatrix} ٣ & ٧ \\ ٢ & ٥ \end{pmatrix}$ ، مصفوفة المجاهيل س $= \begin{pmatrix} س \\ ص \end{pmatrix}$ ، مصفوفة الثوابت ج $= \begin{pmatrix} ٢ \\ ١ \end{pmatrix}$

∴ $\begin{pmatrix} ٣ & ٧ \\ ٢ & ٥ \end{pmatrix} \begin{pmatrix} س \\ ص \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ٢ \\ ١ \end{pmatrix}$ نوجد المعكوس الضربي لمصفوفة المعاملات أ

∵ $|أ| = \begin{vmatrix} ٣ & ٧ \\ ٢ & ٥ \end{vmatrix} = ٣ \times ٥ - ٢ \times ٧ = ١$ ∴ $أ^{-١} = \frac{١}{١} \begin{pmatrix} ٥ & -٧ \\ -٢ & ٣ \end{pmatrix}$

∴ $\begin{pmatrix} س \\ ص \end{pmatrix} = \frac{١}{١} \begin{pmatrix} ٥ & -٧ \\ -٢ & ٣ \end{pmatrix} \begin{pmatrix} ٢ \\ ١ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ١٠ + (-٧) \\ (-٤) + ٣ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ٣ \\ -١ \end{pmatrix}$

∴ س = ٣ ، ص = −١

تدريب (٤): اختر الاجابة الصحيحة من بين الاجابات المعطاة :

اذا كانت $\begin{pmatrix} ٢ & -١ \\ ٣ & -١ \end{pmatrix} \begin{pmatrix} أ \\ ب \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ٩ \\ ٦ \end{pmatrix}$ فان : أ + ب = ...

(أ) ٣ (ب) ٤ (ج) ٥ (د) ٦

حل التدريبات

حل تدريب (١) : ج

حل تدريب (٢) : ب

حل تدريب (٣) : أ

حل تدريب (٤) : د

تمارين على الدرس الخامس

اختر الاجابة الصحيحة من بين الاجابات المعطاة :

(١) اذا كان : $أ = \begin{pmatrix} ١ & ٧ \\ أ & -٧ \end{pmatrix}$ لها معكوس ضربي فان : ....

(أ) أ ≠ -١ (ب) أ ≠ ٧ (ج) أ ≠ ١ (د) أ ≠ -٧

(٢) اذا كان : $أ = \begin{pmatrix} ٣ & ٣ \\ ٦ & ١ \end{pmatrix}$ فان المعكوس الضربي للمصفوفة أ هو $أ^{-١}$ = ...

(أ) $\frac{١}{١٢}\begin{pmatrix} -٣ & ٦ \\ ٣ & -١ \end{pmatrix}$ (ب) $\frac{١}{١٥}\begin{pmatrix} -٣ & ٦ \\ ٣ & -١ \end{pmatrix}$ (ج) $\frac{١}{١٢}\begin{pmatrix} ١ & -٣ \\ -٦ & ٣ \end{pmatrix}$ (د) $\frac{١}{١٥}\begin{pmatrix} ١ & -٣ \\ -٦ & ٣ \end{pmatrix}$

(٣) اذا كان : $أ = \begin{pmatrix} -٣ & -٦ \\ ٢ & -٤ \end{pmatrix}$ ، $ب = \begin{pmatrix} ٣ & ٥ \\ -١ & ٧ \end{pmatrix}$ فان : $(أ + ب)^{-١}$ = ...

(أ) $\begin{pmatrix} ٠ & -١ \\ ١ & ٣ \end{pmatrix}$ (ب) $\begin{pmatrix} ٣ & ١ \\ -١ & ٠ \end{pmatrix}$ (ج) $\begin{pmatrix} ٠ & ١ \\ -١ & ٣ \end{pmatrix}$ (د) $\begin{pmatrix} ٣ & -١ \\ ١ & ٠ \end{pmatrix}$

(٤) اذا كان : $أ = \begin{pmatrix} ٢ & ٥ \\ ٣ & ٨ \end{pmatrix}$ فان : $(أ^{مد})^{-١}$ = ...

(أ) $\begin{pmatrix} ٢ & ٣ \\ ٥ & ٨ \end{pmatrix}$ (ب) $\begin{pmatrix} -٢ & ٥ \\ ٣ & -٨ \end{pmatrix}$ (ج) $\begin{pmatrix} ٨ & ٣ \\ -٥ & ٢ \end{pmatrix}$ (د) $\begin{pmatrix} ٨ & -٣ \\ -٥ & ٢ \end{pmatrix}$

(٥) اذا كان : $أ = \begin{pmatrix} ٢ & ٣ \\ ١ & ١ \end{pmatrix}$ ، $ب = \begin{pmatrix} ٦ & ٤ \\ ٢ & ١ \end{pmatrix}$ وكانت : أ × ج = ب فان : ج = ...

(أ) $\begin{pmatrix} ٠ & -١ \\ ٢ & ٢ \end{pmatrix}$ (ب) $\begin{pmatrix} ٠ & ١ \\ ٢ & ٢ \end{pmatrix}$ (ج) $\begin{pmatrix} ١ & ٠ \\ -١ & ٠ \end{pmatrix}$ (د) $\begin{pmatrix} ١ & ٠ \\ ٠ & ١ \end{pmatrix}$

(٦) المصفوفة $أ = \begin{pmatrix} ك & ٩ \\ ٤ & ك \end{pmatrix}$ ليس لها معكوس ضربي عندما ك = ...

(أ) -٦ (ب) ٦ (ج) ±٦ (د) ٣٦



(٧) المصفوفة أ = $\begin{pmatrix} ٦ & ك \\ -٢ & -٤ \end{pmatrix}$ لها معكوس ضربي فان : ك ∋ ....

(أ) ح (ب) ح - { -١٢ } (ج) ح - { ١٢ } (د) { -١٢ }

(٨) اذا كان : $أ^{-١} = \begin{pmatrix} -٣ & ٤ \\ ٥ & -٢ \end{pmatrix}$ و كان : أ × $\begin{pmatrix} س \\ ص \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ٤ \\ ٣ \end{pmatrix}$ فان : س = ...

(أ) -٧ (ب) -٩ (ج) ٧ (د) ٩

(٩) عند حل المعادلتين : أس + بص = ٥ ، جس + ءص = -١ وجد أن المصفوفة $\begin{pmatrix} ب & أ \\ ء & ج \end{pmatrix}$

معكوسها الضربي هو $\begin{pmatrix} ٢ & ٣ \\ ١ & -٣ \end{pmatrix}$ فان : س + ص = ...

(أ) -٣ (ب) ٠ (ج) ٣ (د) ٩

(١٠) النظام التالي : ٣أ + ٢ ب = ١٣ ، ٢أ + ٣ ب = ٧ يعبر عنه في صورة مصفوفة كالتالي ....

(أ) $\begin{pmatrix} ١٣ \\ ٧ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} أ \\ ب \end{pmatrix} \begin{pmatrix} ٢ & ٣ \\ ٢ & ٢ \end{pmatrix}$ (ب) $\begin{pmatrix} ٧ \\ ١٣ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} أ \\ ب \end{pmatrix} \begin{pmatrix} ٢ & ٣ \\ ٣ & ٢ \end{pmatrix}$

(ج) $\begin{pmatrix} ١٣ \\ ٧ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} أ \\ ب \end{pmatrix} \begin{pmatrix} ٣ & ٣ \\ ٢ & ٢ \end{pmatrix}$ (د) $\begin{pmatrix} ١٣ \\ ٧ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} أ \\ ب \end{pmatrix} \begin{pmatrix} ٢ & ٣ \\ ٣ & ٢ \end{pmatrix}$

حل تمارين على الدرس الخامس

السؤال	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠
الاجابة	أ	ب	ب	د	أ	ج	ج	ج	أ	د



وزارة التربية والتعليم
الإدارة المركزية لتطوير المناهج
مكتب مستشار الرياضيات

تمارين على الوحدة الأولى (المصفوفات)

اختر الاجابة الصحيحة من بين الاجابات المعطاة :

(١) اذا كان : $\begin{vmatrix} ٣س & ٢ \\ ٤ & ٢ \end{vmatrix} = ١٠$ فان : س = ...

(أ)	٣	(ب)	٦	(ج)	١٨	(د)	٢٤

(٢) اذا كان أ مصفوفة على النظم ١ × ٣ ، $ب^{مد}$ مصفوفة على النظم ١ × ٣ فإنه يمكن اجراء العملية التالية

(أ)	أ + ب	(ب)	$ب^{مد}$ + $أ^{مد}$	(ج)	أ $ب^{مد}$	(د)	أ ب

(٣) اذا كان أ = $\begin{pmatrix} ١ & ٣ \\ -٢ & ٤ \end{pmatrix}$ ، ب = $\begin{pmatrix} ٦ & ٧ \\ ٣ & ٢ \end{pmatrix}$ فان : $أ_{١٢} + ب_{٢١}$ = ...

(أ)	٣	(ب)	٤	(ج)	٥	(د)	٦

(٤) اذا كان : $\begin{pmatrix} س - ٢ & ٠ \\ ٠ & ص + ٦ \end{pmatrix}$ = I حيث I مصفوفة الوحدة فان : $\frac{ص}{س}$ = ...

(أ)	٢	(ب)	$\frac{-٥}{٣}$	(ج)	٣	(د)	-٣

(٥) اذا كان : أ = $\begin{pmatrix} ت & ٠ \\ ٠ & ت \end{pmatrix}$ فان : $أ^{٢}$ = ... (حيث $ت^{٢}$ = -١)

(أ)	أ	(ب)	▭	(ج)	I	(د)	-I



(٦) قيمة المحدد : $\begin{vmatrix} ٥ & ٠ & ٠ \\ ١ & جا\theta & ٠ \\ ٣ & ٩ & ٢قتا\theta \end{vmatrix}$ = ...

(أ)	١٠	(ب)	٢٠	(ج)	٣٦	(د)	٤٥

(٧) اذا كان : $\frac{١}{٢}$ أ − $\begin{pmatrix} ٢ & ٢ \\ ٣ & ٧ \end{pmatrix}^{مد}$ = ▭ حيث ▭ المصفوفة الصفرية فان : أ = ...

(أ)	$\begin{pmatrix} -٤ & -٤ \\ -٦ & -١٤ \end{pmatrix}$	(ب)	$\begin{pmatrix} -٤ & -٦ \\ -٤ & -١٤ \end{pmatrix}$	(ج)	$\begin{pmatrix} ١٤ & ٤ \\ ٦ & ٤ \end{pmatrix}$	(د)	$\begin{pmatrix} ٤ & ٦ \\ ٤ & ١٤ \end{pmatrix}$

(٨) اذا كان : أ = $\begin{pmatrix} ٢ & ٤ & ٢ \\ ٠ & ٣ & ٦ \\ ٠ & ٠ & ٤ \end{pmatrix}$ ، ب = $\begin{pmatrix} ٢ & ٠ & ٠ \\ ٥ & ٣ & ٠ \\ ٦ & ٧ & ٤ \end{pmatrix}$ فان : ....

(أ)	محدد المصفوفة أ = محدد المصفوفة ب	(ب)	محدد المصفوفة أ + محدد المصفوفة ب = ٠
(ج)	محدد المصفوفة أ < محدد المصفوفة ب	(د)	محدد المصفوفة أ > محدد المصفوفة ب

(٩) اذا كان مساحة المثلث الذي رؤوسه : (س ، ٢) ، (٠ ، ٣) ، (٠ ، ٠) هي ٦ وحدة مربعة فان:

جميع قيم س الممكنة هي ....

(أ)	−٢ أو ٢	(ب)	−٤ أو ٤	(ج)	−٦ أو ٦	(د)	−١٢ أو ١٢

(١٠) المصفوفة أ = $\begin{pmatrix} ١ & ١ & ١ \end{pmatrix}$ تسمى مصفوفة ....

(أ)	الصف	(ب)	العمود	(ج)	مربعة	(د)	الوحدة

(١١) اذا كان : م = $\begin{pmatrix} ٣ & ٥ \\ ٦ & ٢ \end{pmatrix}$ فان : ٢ | م | = ...

(أ)	−٢٤	(ب)	−٩٦	(ج)	−٤٨	(د)	٤٨

(١٢) اذا كان : $\begin{pmatrix} س & −٢ \\ ١ & ٤ \end{pmatrix}$ + $\begin{pmatrix} ص & −١ \\ ٣ & ٥ \end{pmatrix}$ = $\begin{pmatrix} −٥ & س \\ ٤ & ٩ \end{pmatrix}$ فان : ص = ...

(أ)	−٧	(ب)	−٥	(ج)	−٣	(د)	−٢

(١٣) اذا كان المصفوفة : $\begin{pmatrix} ٠ & −١٠س & ٥٦ \\ ع + ٨ & ٠ & −٧ع \\ ٩ص − ٢س & ١٤ & ٠ \end{pmatrix}$ شبه متماثلة فان : س + ص + ع = ...

(أ)	−٣	(ب)	٣	(ج)	−٩	(د)	٩

(١٤) اذا كان المصفوفة $\begin{pmatrix} ٢ & ٣ \\ ٨ & ك \end{pmatrix}$ ليس لها معكوس ضربي فان : ك = ...

(أ)	−٢٤	(ب)	٢٤	(ج)	−١٢	(د)	١٢

(١٥) اذا كان : م مصفوفة رتبتها ٢ × ٢ ، فأي من الاتي يكافئ محدد (ك م) ؟

(أ)	$ك^{٢}$ | م |	(ب)	$ك^{٤}$ | م |	(ج)	ك | م |	(د)	٢ك | م |



حل تمارين على الوحدة الأولى (المصفوفات)

السؤال	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠
الاجابة	أ	د	ج	ب	د	أ	د	أ	ب	أ

السؤال	١١	١٢	١٣	١٤	١٥
الاجابة	ج	د	أ	د	أ



اختبار (١) على الوحدة الأولى (المصفوفات)

أولاً: اختر الاجابة الصحيحة من بين الاجابات المعطاة :

(١) اذا كان : أ = $\begin{pmatrix} ٣ & ١ \\ ١ & ٢ \end{pmatrix}$ فإن : | ٣أ | = ...

(أ)	٢٥	(ب)	٤٥	(ج)	٦٠	(د)	٧٥

(٢) إذا كانت المصفوفة أ على النظم ٣ × ٣ وكان : $أ_{ص ع}$ = ص+٣ع فان $أ_{١٢}$ =.........

(أ)	٣	(ب)	٤	(ج)	٥	(د)	٦

(٣) اذا كان : $\begin{pmatrix} ١ & س & ٤ \\ -١ & ٦ & ٥ \end{pmatrix}^{مد} = \begin{pmatrix} ١ & -١ \\ -٣ & ٦ \\ ٤ & ص \end{pmatrix}$ فان : س ص = ...

(أ)	-١٥	(ب)	-٢	(ج)	٢	(د)	١٥

(٤) عند حل أحمد لمعادلات آنية باستخدام قاعدة كرامر كتب :

$\Delta_{س} = \begin{vmatrix} -٩ & -٤ \\ -٨ & ١ \end{vmatrix}$ ، $\Delta_{ص} = \begin{vmatrix} ٥ & -٩ \\ ٢ & -٨ \end{vmatrix}$ ما الذي كتبه بالنسبة لمحدد المعاملات Δ ؟

(أ)	$\begin{vmatrix} -٩ & -٤ \\ -٨ & ١ \end{vmatrix}$	(ب)	$\begin{vmatrix} -٩ & ٥ \\ -٨ & ٢ \end{vmatrix}$	(ج)	$\begin{vmatrix} ٥ & -٤ \\ ٢ & ١ \end{vmatrix}$	(د)	$\begin{vmatrix} ٥ & -٩ \\ ٢ & -٨ \end{vmatrix}$

(٥) أ ب حـ مثلث قائم الزاوية في ب مساحته تساوي١٢ وحدة مربعة فان قيمة المحدد: $\begin{vmatrix} ٣ & ٠ & ٠ \\ ١ & أب & ٠ \\ ٢ & ٤ & ب حـ \end{vmatrix}$ =

(أ)	١٢	(ب)	١٨	(ج)	٣٦	(د)	٧٢



(٦) اذا كانت أ مصفوفة على النظم ٣×٢ حيث : $أ_{١١}=١٠$ ، $أ_{٢١}=أ_{١٣}+٢$ ، $أ_{١٢}=٢$

$أ_{٢٢}=\frac{١}{٢}أ_{١١}$ ، $أ_{١٣}=١٠$ ، $أ_{٢٣}=\frac{١}{٢}أ_{١٢}$ فان : أ =............

(أ)	$\begin{pmatrix} ١٢ & ١٠ \\ ٢ & ٢ \\ ٠ & ١٠ \end{pmatrix}$	(ب)	$\begin{pmatrix} ١٢ & ١٠ \\ ٥ & ٢ \\ ١ & ١٠ \end{pmatrix}$	(ج)	$\begin{pmatrix} ١٠ & ١٠ \\ ٢ & ٢ \\ ٠ & ١٠ \end{pmatrix}$	(د)	$\begin{pmatrix} ١٠ & ١٢ \\ ٢ & ٥ \\ ١٠ & ١ \end{pmatrix}$

(٧) اذا كانت المصفوفة أ = $\begin{pmatrix} ل & ك \\ ن & م \end{pmatrix}$ هي مصفوفة وحدة فان : ٣ م + ٢ ن = ...

(أ)	٢	(ب)	٣	(ج)	٥	(د)	٦

(٨) اذا كان : $\begin{pmatrix} ٢س & ٣٠ \\ ١٨ & ٦٠ \end{pmatrix}$ = ٦ $\begin{pmatrix} ٣ & ٥ \\ ٣ & ١١ص - ٥س \end{pmatrix}$ فان : $\sqrt{س ص}$ = ...

(أ)	$٣\sqrt{٥}$	(ب)	$٥\sqrt{٣}$	(ج)	$٣\sqrt{١٥}$	(د)	$٣\sqrt{٦}$

(٩) اذا كان أ = $\begin{pmatrix} ٥ & ٦ \\ ٥ & ٣ \end{pmatrix}$ ، ب = $\begin{pmatrix} ٣ & ٢ \\ ٤ & ٥ \end{pmatrix}^{مد}$ فان : أ − ب = ...

(أ)	$\begin{pmatrix} ٠ & ٤ \\ ١ & ٦ \end{pmatrix}$	(ب)	$\begin{pmatrix} ٠ & -٤ \\ -١ & ٠ \end{pmatrix}$	(ج)	$\begin{pmatrix} ٠ & ٤ \\ ١ & ٠ \end{pmatrix}$	(د)	$\begin{pmatrix} ٦ & ٤ \\ ١ & ١٠ \end{pmatrix}$

(١٠) اذا كان : أ = $\begin{pmatrix} س & ٢ \\ ٣ & ١ \end{pmatrix}$ ، ب = $\begin{pmatrix} -١ & ٥ \\ ١٠ & -١ \end{pmatrix}$ وكان : أ $أ^{مد}$ = ب فان : س = ...

(أ)	−٣	(ب)	−١	(ج)	١	(د)	٢



ثانياً أسئلة المقال

(١) اذا كانت : أ = $\begin{pmatrix} ١ & ٢- \\ ٥ & ٢- \end{pmatrix}$ ، ب = $\begin{pmatrix} ٢ & ١- \\ ٤ & ٣- \end{pmatrix}$ ، ج = $\begin{pmatrix} ١- & ٢ \\ ٣- & ٦ \end{pmatrix}$

أوجد :

أ + ٢ ب − ٣ ج

(٢) اذا كانت : أ = $\begin{pmatrix} ٢ & ٣ \\ ٥ & ١ \end{pmatrix}$ ، ب = $\begin{pmatrix} ٢- & ٥ \\ ٣ & ١- \end{pmatrix}$ **أثبت أن** : أ ب = ١٣ I

حيث : (I مصفوفة الوحدة)

(٣) باستخدام المحددات أوجد مساحة سطح المثلث الذي رؤوسه :

(− ١ ، − ٣) ، (٢ ، ٤) ، (− ٣ ، ٥)

(٤) استخدام قاعدة كرامر لحل النظام التالي :

س + ص = ٤ ، ٢ س − ص = ٥

حل المحدد التالي : $\begin{vmatrix} \text{جا}\theta & -\text{جتا}\theta \\ \text{قتا}\theta & \text{قتا}\theta \end{vmatrix}$ = −٢ حيث : ٠ < θ < ٩٠



حل اختبار (١) على الوحدة الأولى (المصفوفات)

أولا :

السؤال	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠
الاجابة	ب	ج	أ	ج	د	ب	أ	أ	ج	ب

ثانياً : اسئلة المقال

(١) ا + ٢ب − ٣ج = $\begin{pmatrix} ٣ & ١ \\ -٢ & ٥ \end{pmatrix} + ٢\begin{pmatrix} -١ & ٢ \\ -٣ & ٤ \end{pmatrix} - ٣\begin{pmatrix} ٢ & -١ \\ ٦ & -٣ \end{pmatrix}$

$= \begin{pmatrix} ٣ & ١ \\ -٢ & ٥ \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -٢ & ٤ \\ -٦ & ٨ \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} ٦ & -٣ \\ ١٨ & -٩ \end{pmatrix}$

$= \begin{pmatrix} -٥ & ٨ \\ -٢٦ & ٢٢ \end{pmatrix}$

---

(٢) الطرف الأيمن : ا ب = $\begin{pmatrix} ٣ & ٢ \\ ١ & ٥ \end{pmatrix}\begin{pmatrix} ٥ & -٢ \\ -١ & ٣ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ١٣ & ٠ \\ ٠ & ١٣ \end{pmatrix}$

$= ١٣\begin{pmatrix} ١ & ٠ \\ ٠ & ١ \end{pmatrix}$

$= ١٣\,I$ و هو الطرف الأيسر

---

(٣) نوجد أولا $\Delta = \begin{vmatrix} -١ & -٣ & ١ \\ ٢ & ٤ & ١ \\ -٣ & ٥ & ١ \end{vmatrix}$

$= (-١)\begin{vmatrix} ٤ & ١ \\ ٥ & ١ \end{vmatrix} - (-٣)\begin{vmatrix} ٢ & ١ \\ -٣ & ١ \end{vmatrix} + (١)\begin{vmatrix} ٤ & ١ \\ ٥ & ١ \end{vmatrix}$

$= (-١)(-١) + (٣)(٥) + (١)(-١)$

$= ١ + ١٥ - ١ = ١٥$

∴ مساحة سطح المثلث = $\frac{١}{٢}\,|\Delta| = \frac{١}{٢} \times ١٥ = ٧.٥$ وحدة مربعة

(٤) نوجد أولا محدد المعاملات $\Delta = \begin{vmatrix} ١ & ١ \\ ٢ & -١ \end{vmatrix} = ١ \times -١ - ٢ \times ١ = -٣$

محدد المجهول س= $(\Delta_{س}) = \begin{vmatrix} ٤ & ١ \\ ٥ & -١ \end{vmatrix} = ٤ \times -١ - ٥ \times ١ = -٩$

محدد المجهول ص= $(\Delta_{ص}) = \begin{vmatrix} ١ & ٤ \\ ٢ & ٥ \end{vmatrix} = ١ \times ٥ - ٢ \times ٤ = -٣$

$\therefore$ س $= \frac{\Delta_{س}}{\Delta} = \frac{-٩}{-٣} = ٣$ ، ص $= \frac{\Delta_{ص}}{\Delta} = \frac{-٣}{-٣} = ١$

$\therefore$ مجموعة حل النظام هو { (٣ ، ١) }

---

(٥) $\because \begin{vmatrix} -\text{جتا}\theta & \text{جا}\theta \\ \text{قتا}\theta & \text{قتا}\theta \end{vmatrix} = -٢$ حيث : $٠ < \theta < ٩٠$

$\therefore$ ($-$ جتا θ)(قتا θ) $-$ جا θ $\times$ قتا θ $= -٢$

$\therefore -$ جتا $\theta \times \frac{١}{\text{جا}\theta} - ١ = -٢$

$\therefore -$ ظتا $\theta - ١ = -٢ \Longleftarrow$ ظتا $\theta = ١$

$\therefore \theta = ٤٥^\circ$ أو $\theta = ٢٢٥^\circ$

$\because ٠ < \theta < ٩٠$

$\therefore \theta = ٤٥^\circ$

اختبار (٢) على الوحدة الأولى (المصفوفات)

أولا : اختر الاجابة الصحيحة من بين الاجابات المعطاة :

(١) اذا كان : $ٲ = \begin{pmatrix} -٢ & ٣ \\ ١ & -١ \end{pmatrix}$ فان : $\frac{١}{٤}(ٲ + ٲ^{-١}) = $ ....

(أ)	$\begin{pmatrix} ٠ & -١ \\ ١ & ٠ \end{pmatrix}$	(ب)	$\begin{pmatrix} ٠ & ١ \\ ١ & ٠ \end{pmatrix}$	(ج)	$\begin{pmatrix} ١ & ٠ \\ ٠ & ١ \end{pmatrix}$	(د)	$\begin{pmatrix} ١ & ١ \\ ١ & ١ \end{pmatrix}$

(٢) اذا كان : $\begin{vmatrix} ٠ & -٣ & ٠ \\ -١ & -٢ & ٥ \\ ١ & ٢ & ٣ \end{vmatrix} = ٤س$ فان : س = ...

(أ)	−٦	(ب)	٦	(ج)	١٢	(د)	٢٤

(٣) اذا كان : $\begin{pmatrix} ٣ & ٢ \\ ٥ & ٤ \end{pmatrix} \begin{pmatrix} ٧ & س \\ ص & ٣ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ٨ & ٧ \\ ١٨ & ١١ \end{pmatrix}$ فان : س + ص = ...

(أ)	−٤	(ب)	−٣	(ج)	٣	(د)	٤

(٤) اذا كان : $ٲ = \begin{pmatrix} -٣ & ٢ \\ ٥ & -١ \end{pmatrix}$ ، $ب = \begin{pmatrix} -١ & ٢ \\ ٥ & ٢ك \end{pmatrix}$ وكان : $ٲ = ب^{مد}$ فان : ك= ....

(أ)	$\frac{-٣}{٢}$	(ب)	$\frac{-٢}{٣}$	(ج)	٢	(د)	٨

(٥) اذا كان : ٲ مصفوفة على النظم ٢ × ٢ وكان : $|ٲ| = ١٠$ فان : $|٢ٲ| = $ ....

(أ)	٢٠	(ب)	٣٠	(ج)	٤٠	(د)	٦٠



(٦) اذا كان : $أ = \begin{pmatrix} ١ & ٢ \\ ٥ & -٣ \end{pmatrix}$ ، $ب = \begin{pmatrix} ٤ & -١ \\ -٢ & ٦ \end{pmatrix}$ فان : $٢أ - ب^{مد}$ = ...

(أ)	$\begin{pmatrix} ٤ & -٥ \\ -١٢ & ١٠ \end{pmatrix}$	(ب)	$\begin{pmatrix} -٤ & ٣ \\ -٨ & ٢ \end{pmatrix}$	(ج)	$\begin{pmatrix} -٤ & ٣ \\ ٨ & -٢ \end{pmatrix}$	(د)	$\begin{pmatrix} -٤ & ٥ \\ ١٢ & -١٠ \end{pmatrix}$

(٧) اذا كان : $\begin{vmatrix} ٥ & ٤ \\ س - ٢ & ٣ \end{vmatrix} = ١٣$ فان : س = ...

(أ)	٥	(ب)	٧	(ج)	٩	(د)	١١

(٨) اذا كان : $أ^{مد} = \begin{pmatrix} ١ & ٥ \\ ٤ & ٢ \\ ٦ & -٣ \end{pmatrix}$ فان : $أ_{٣١}$ = ...

(أ)	٣-	(ب)	١	(ج)	٢	(د)	٣

(٩) اذا كان : س ص ع = ٧ فان قيمة : $\begin{vmatrix} ٧ & ٥ & ٢س \\ -٤ & ص & ٠ \\ ٥ع & ٠ & ٠ \end{vmatrix}$ = ...

(أ)	١٤	(ب)	١٧	(ج)	٤٩	(د)	٧٠

(١٠) مساحة المثلث الذي رؤوسه : (−١ ، −٣) ، (٢ ، ٤) ، (−٣ ، ٥) تساوي........ وحدة مربعة .

(أ)	٩,٥	(ب)	١٩	(ج)	٢٠	(د)	٣٨



أسئلة المقال

(١) اذا كانت أ مصفوفة شبه متماثلة حيث أ = $\begin{pmatrix} ١٥ & ٢ع & ٠ \\ ٢س & ٠ & ص + ٢ \\ ٠ & -٦ & ٢ص - س \end{pmatrix}$ أوجد قيمة س + ص + ع ؟

(٢) اذا كانت : أ = $\begin{pmatrix} -٤ & ٢ \\ ٠ & -٢ \end{pmatrix}$ ، ب = $\begin{pmatrix} -٢ & ٥ \\ ص & س \end{pmatrix}$ و كان : أ ب = ب أ فما قيمة س ، ص ؟

(٣) اذا كانت : أ = $\begin{pmatrix} ٥ & ٣ \\ ١ & ٦ \end{pmatrix}$ ، ب = $\begin{pmatrix} ٤ & -١ \\ -٣ & ٢ \end{pmatrix}$ أوجد المصفوفة س التي تحقق أن :
س = أ + ب^مد

(٤) اذا كانت : ب = $\begin{pmatrix} ٣ & ٢ \\ ٤ & ١ \end{pmatrix}$ و كان : أ ب = I حيث I مصفوفة الوحدة أوجد المصفوفة أ ؟

(٥) باستخدام قاعدة كرامر أوجد حل النظام التالي :

٢ س – ٥ ص = ٩ ، س – ٣ ص = ٥



حل اختبار (٢) على الوحدة الأولى (المصفوفات)

أولا :

السؤال	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠
الاجابة	ب	ب	ب	أ	ج	د	ج	أ	د	ب

ثانياً: أسئلة المقال

(١) ∵ المصفوفة شبة متماثلة

∴ ٢ س = ٦ ⟸ س = ٣

٢ ص − س = − ١٥ ⟸ ٢ ص − ٣ = − ١٥ ⟸ ٢ ص = −١٢

∴ ص = − ٦

ص + ٢ = −٢ ع ⟸ − ٦ + ٢ = −٢ ع ⟸ −٢ ع = − ٤

∴ ع = ٢

∴ س + ص + ع = ٣ + (−٦) + ٢ = −١

---

(٢) ∵ أ ب = ب أ

$$\therefore \begin{pmatrix} ٢ & -٤ \\ -٢ & ٠ \end{pmatrix} \begin{pmatrix} ٥ & -٢ \\ \text{س} & \text{ص} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ٥ & -٢ \\ \text{س} & \text{ص} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} ٢ & -٤ \\ -٢ & ٠ \end{pmatrix}$$

$$\therefore \begin{pmatrix} ١٠ - ٤\text{س} & -٤ - ٤\text{ص} \\ -١٠ & ٤ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ١٤ & -٢٠ \\ ٢\text{س} - ٢\text{ص} & -٤\text{س} \end{pmatrix}$$

∴ ١٠ − ٤س = ١٤ ⟸ -٤س = ٤

∴ س = - ١

-٤ − ٤ص = - ٢٠ ⟸ -٤ص = −١٦

∴ ص = ٤



(٣) ∵ س = م + ب^مد

∴ $س = \begin{pmatrix} ٣ & ٥ \\ ٦ & ١ \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -١ & ٤ \\ ٢ & -٣ \end{pmatrix}^{مد}$

∴ $س = \begin{pmatrix} ٣ & ٥ \\ ٦ & ١ \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -١ & ٢ \\ ٤ & -٣ \end{pmatrix}$

∴ $س = \begin{pmatrix} ٢ & ٧ \\ ١٠ & -٢ \end{pmatrix}$

---

(٤) نوجد أولا محدد المعاملات $\Delta = \begin{vmatrix} ٢ & -٥ \\ ١ & -٣ \end{vmatrix} = ٢ \times -٣ - ١ \times -٥ = -١$

محدد المجهول س= $(\Delta_{س}) = \begin{vmatrix} ٩ & -٥ \\ ٥ & -٣ \end{vmatrix} = ٩ \times -٣ - ٥ \times -٥ = -٢$

محدد المجهول ص= $(\Delta_{ص}) = \begin{vmatrix} ٢ & ٩ \\ ١ & ٥ \end{vmatrix} = ٢ \times ٥ - ١ \times ٩ = ١$

∴ $س = \frac{\Delta_{س}}{\Delta} = \frac{-٢}{-١} = ٢$ ، $ص = \frac{\Delta_{ص}}{\Delta} = \frac{١}{-١} = -١$

∴ مجموعة حل النظام هو { (٢ ، −١) }